

УДК 51.72

## ГИДРОДИНАМИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ИНДУЦИРОВАННЫХ ЛАЗЕРОМ УДАРНЫХ ВОЛН В АЛЮМИНИИ В ЦИЛИНДРИЧЕСКИ-СИММЕТРИЧНОЙ ПОСТАНОВКЕ

© 2023 В. В. Шепелев<sup>a</sup>

*Институт автоматизации проектирования РАН,  
ул. 2-я Брестская, 19/18, г. Москва 123056, Россия*

E-mail: vadim.aries@gmail.com

Поступила в редакцию 14.10.2022 г.; после доработки 14.10.2022 г.;  
принята к публикации 12.01.2023 г.

С помощью двумерной осесимметричной физико-математической модели и алгоритма проведено численное исследование задачи об облучении объёмной алюминиевой мишени единичным фемтосекундным лазерным импульсом. Задача имеет ряд фундаментальных и практических приложений, связанных с упрочняющим воздействием остаточных пластических деформаций после прохождения индуцированной лазером ударной волны, в частности лазерное ударное упрочнение, также известное в литературе как лазерная ковка, лазерный наклёп или лазерный пининг. Осевая симметрия лазерного пучка позволяет уменьшить размерность задачи с трёхмерной до двумерной и существенно сэкономить вычислительные ресурсы. Использовано полуэмпирическое уравнение состояния алюминия в форме Ми — Грюнайзена с подстройкой параметров по холодной кривой металла и данным ударно-волновых экспериментов. Исследован закон распространения и затухания ударной волны, выделены стадии одномерного, переходного и полусферического распространения ударной волны. Описаны размеры и форма области, на которую может быть осуществлено упрочняющее воздействие единичным фемтосекундным лазерным импульсом.

**Ключевые слова:** математическое моделирование, гидродинамика, вычислительные методы, метод конечных объёмов, фемтосекундные лазеры, ударные волны, уравнение состояния.

DOI: 10.33048/SIBJIM.2023.26.217

### ВВЕДЕНИЕ

Лазерная физика и лазерные технологии прочно обосновались в ряду важнейших и наиболее интенсивно развивающихся областей науки и техники в последние десятилетия. Многие области применения лазерных технологий уже стали самостоятельными научными или технологическими областями знаний. Среди приложений лазеров, и в особенности лазеров с короткими и ультракороткими импульсами, в первую очередь можно отметить такие области, как лазерное структурирование поверхностей [1, 2], аддитивные технологии [3, 4], лазерную абляцию в жидкость [5, 6] и лазерное упрочнение материалов [7, 8]. Лазерное ударное упрочнение (Laser Shock Peening, LSP) посредством наносекундных (нс,  $1 \text{ нс} = 10^{-9} \text{ с}$ ) лазерных импульсов позволяет увеличить срок службы металлических деталей в 2–5 раз, при стоимости процесса около 1% от стоимости самой детали, согласно данным компании LSP Technologies (презентация [9]). LSP также снижает вероятность образования поверхностных микротрещин и повышает устойчивость материала к нагрузкам, в том числе усталостным нагрузкам. На поверхности образуются усталостные микротрещины. В последнее десятилетие использование фемтосекундных

---

Работа выполнена в рамках государственного задания ИАП РАН.

(фс,  $1 \text{ фс} = 10^{-15} \text{ с}$ ) лазерных импульсов для LSP было предложено и опробовано, но лежащие в основе фемтосекундного LSP физические механизмы по-прежнему недостаточно изучены. Поскольку эффект упрочнения напрямую связан с величиной напряжений в подповерхностном слое, расчёт пространственной эволюции напряжений при лазерно-индуцированной ударной волне в металлах имеет первостепенное значение. В этой статье мы рассчитываем распределение напряжений в подповерхностном слое, что позволяет нам определить геометрические границы лазерной обработки.

За последние 15 лет автором вместе с коллегами были разработаны и реализованы гидродинамические модели для описания широкого класса лазерных явлений. Это были как поверхностные явления, такие как двухтемпературный фемтосекундный лазерный нагрев металла, [10, 11], так и процессы, вызванные индуцированными лазером ударными волнами (например, [11–13]). В работе [14] с помощью плоской двумерной модели, основанной на уравнениях состояния (УРС) идеального газа, было проведено исследование индуцированной лазером ударной волны, её распространения и затухания в объёмной алюминиевой мишени. Параметры модели подбирались таким образом, чтобы получившаяся волновая картина, амплитудные и скоростные характеристики рассматриваемой ударной волны (УВ) были физически достоверными. Настоящая работа делает следующий шаг к более физически адекватным и точным результатам, представляя усовершенствованную модель. Модель основана на реалистичном полуэмпирическом УРС в форме Ми — Грюнайзена [15] и учитывает цилиндрическую симметрию задачи относительно оси лазерного пучка, позволяя таким образом решать фактически трёхмерную задачу на двумерной расчётной сетке.

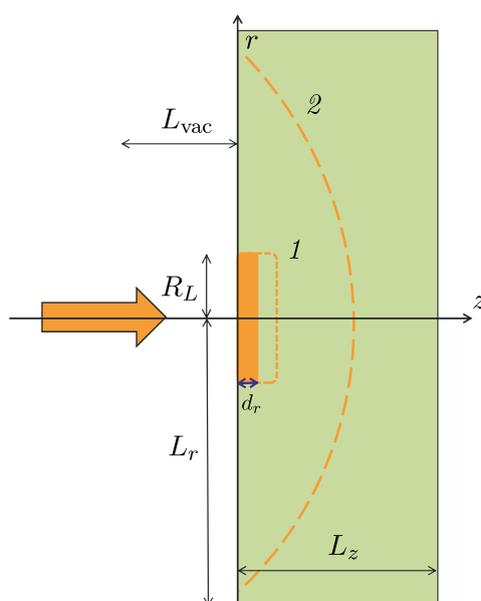
## 1. ПОСТАНОВКА И НАЧАЛЬНЫЕ ДАННЫЕ

Выполняется гидродинамическое моделирование распространения ударной волны в алюминиевой мишени, облучаемой единичным ультракоротким лазерным импульсом, в двумерной цилиндрической геометрии. На рис. 1 показана схематичная конфигурация мишени.

Пространственными переменными являются цилиндрический радиус  $r$  и расстояние вдоль оси симметрии  $z$ . Одиночный лазерный импульс падает перпендикулярно поверхности мишени и производит нагрев её тонкой подповерхностной области. Зона нагрева представляет собой диск радиусом  $R_L$  и глубиной нагрева  $d_T$ .

В случае фемтосекундного импульса процесс быстрого начального лазерного нагрева металлической мишени является, вообще говоря, двухтемпературным. Процесс длится единицы пикосекунд. Он включает в себя поглощение энергии лазерного импульса электронной подсистемой металла, распространение тепла от поверхностного скин-слоя в мишень за счёт электронной теплопроводности, а также релаксацию поглощённой энергии от нагретых электронов к ионной решётке. В результате электрон-ионной релаксации распределения температур электронной и ионной подсистем металла выравниваются, т. е. система снова становится однотемпературной.

Физика процесса двухтемпературного нагрева алюминия фемтосекундным лазерным импульсом детально разобрана в [16, 17]. В работах [10, 11] приведены результаты математического моделирования двухтемпературного нагрева алюминия. Здесь мы не будем останавливаться на деталях двухтемпературного нагрева, поскольку нам важен только его результат — сформированный однотемпературный профиль ударной волны, которая далее будет распространяться вглубь мишени. В качестве начального условия для давления в настоящей модели мы выбираем ступенчатую пространственную функцию. Такое упрощение оправдано из-за того, что скорость выравнивания температур вследствие электронной температуры и электронно-ионной релаксации в мишени превышает звуковой масштаб, а изменение формы импульса сжатия с гауссова на ступенчатый оказывает незначительное влияние на дальнейшее распространение индуцированной лазером ударной волны.



*Рис. 1.* Конфигурация задачи лазерного облучения объёмной алюминиевой мишени: луч лазера (оранжевая стрелка) падает на мишень слева;  $L_r = 1280$  нм — полуширина мишени;  $L_z = 1000$  нм — толщина мишени;  $L_{vac} = 200$  нм — толщина прилегающего к мишени слева вакуумного слоя;  $R_L = 200$  нм — радиус светового пятна;  $d_T = 80$  нм — глубина прогрева; отмечены фронты ударной волны в плоском (1) и полусферическом (2) режимах распространения

Давление внутри диска радиусом  $R_L$  и высотой  $d_T$  повышено по сравнению со значением в исходном состоянии (нормальные условия), однородно внутри диска и равно  $p_{heat} = 35.6$  ГПа ( $1$  ГПа =  $10^9$  Па). Давление в мишени вне нагретого диска и в вакууме вне мишени равно  $p_{cold} = p_{vac} = 0$ . Мишень однородна по плотности и покоится в начальный момент времени.

Выбранные данные для расчёта примерно соответствуют экспериментальной конфигурации [18], в которой лазерная установка обладает интенсивностью падающего на образец излучения  $I_{inc} \approx 10^{13}$  Вт/см<sup>2</sup> при длительности импульса  $\tau_L = 100$  фс. Падающая на единицу поверхности энергия (флюенс) тогда будет равной  $F_{inc} \approx 2 \div 3$  Дж/см<sup>2</sup>, а поглощённая единицей поверхности энергия (поглощённый флюенс) для алюминиевого образца  $F_{abs} = 0.24$  Дж/см<sup>2</sup>.

Мы связываем начало координат с центром светового пятна на поверхности металла. Ось  $r$  направлена вправо вдоль поверхности, а ось  $z$  — вдоль оси симметрии лазерного пучка, которая перпендикулярна поверхности. Размеры половины мишени составляют  $1280 \times 800$  нм. Расчётная область представляет собой прямоугольник, содержащий фрагмент границы мишени с внешней средой (воздухом либо вакуумом) малой плотности. Физически содержательная часть задачи оперирует с величинами порядка  $1 \div 10$  ГПа. Атмосферным давлением, имеющим порядок  $10^5$  Па, в этом случае можно пренебречь и считать давление внешней среды нулевым. Предположение о физических параметрах внешней среды является модельным. При соблюдении этих предположений в модели внешняя среда не оказывает влияния на распространение ударной волны в мишени, потому что область формирования и распространения ударной волны и область лазерного факела оказываются пространственно разделены. Нас интересует только следствие лазерного удара — индуцированная лазерным импульсом ударная волна высокой амплитуды, распространяющаяся вглубь мишени. Поэтому внешняя среда и поверхность мишени в настоящей модели практически не рассматривается.

Толщина слоя внешней среды  $L_{vac} = 200$  нм. Таким образом, задача решается в прямоугольнике  $[0, L_r] \times [-L_z, L_{vac}]$ , размеры которого составляют  $1280 \times 1000$  нм.

## 2. МОДЕЛЬ И АЛГОРИТМ

Однотемпературная модель, представленная в [14], основана на плоских двумерных уравнениях Эйлера, описывающих законы сохранения массы, импульса и энергии в сплошной идеальной среде. Для осесимметричного случая уравнения запишутся в виде, содержащем источник член [16]:

$$\mathbf{U}_t + \mathbf{F}(\mathbf{U})_x + \mathbf{G}(\mathbf{U})_y = -\frac{1}{r}\mathbf{S}(\mathbf{U}), \quad (1)$$

где  $\mathbf{U} = (\rho, \rho u, \rho v, \rho E)^T$ ,  $\mathbf{F} = (\rho u, p + \rho u^2, \rho uv, u(p + \rho E))^T$ ,  $\mathbf{G} = (\rho v, \rho uv, p + \rho v^2, v(p + \rho E))^T$ ,  $\mathbf{S} = (\rho, \rho u^2, \rho uv, u(p + \rho E))^T$ ;  $\rho$  — плотность вещества;  $u, v$  — компоненты гидродинамической скорости соответственно по координатным осям  $r$  и  $z$ ;  $p$  — давление,  $E = e + u^2/2 + v^2/2$  — полная, а  $e$  — внутренняя энергия единицы массы вещества. Система состоит из четырёх нелинейных уравнений в частных производных и замыкается уравнением состояния  $p = p(\rho, e)$ , которое связывает, вообще говоря, только энергию и давление и не содержит информации о температуре материала.

Начальные условия в примитивных переменных  $(\rho, u, v, p)$  в прямоугольнике  $[0, L_r] \times [-L_z, L_{\text{vac}}]$  запишем в следующем виде:

$$\rho|_{t=0} = \rho_0(r, z), \quad (2)$$

$$u|_{t=0} = 0, \quad (3)$$

$$v|_{t=0} = 0, \quad (4)$$

$$p|_{t=0} = p_0(r, z), \quad (5)$$

где  $\rho_0(r, z)$  и  $p_0(r, z)$  — ступенчатые функции:

$$\rho_0(r, z) = \begin{cases} 2 \text{ кг/м}^3 & \text{при } z \leq 0, \\ 2413 \text{ кг/м}^3 & \text{при } z > 0, \end{cases} \quad (6)$$

$$p(r, z) = \begin{cases} 35.6 \text{ ГПа} & \text{при } 0 < r \leq R_L, \quad 0 < z \leq d_T, \\ 0 & \text{при всех остальных } r \text{ и } z. \end{cases} \quad (7)$$

Граничные условия симметрии накладываются на ось  $z$ , т. е. прямую  $r = 0$  (рис. 1):

$$\mathbf{U}_{-1,j} = \mathbf{U}_{1,j}. \quad (8)$$

На всех остальных границах ставятся прозрачные граничные условия, обеспечивающие свободное прохождение любых проходящих возмущений:

$$\mathbf{U}_{i,-1} = \mathbf{U}_{i,1}, \quad (9)$$

$$\mathbf{U}_{N+1,j} = \mathbf{U}_{N,j}, \quad (10)$$

$$\mathbf{U}_{i,M+1} = \mathbf{U}_{i,M}, \quad (11)$$

где  $i = 1, \dots, N$ ,  $j = 1, \dots, M$ ,  $N$  — количество ячеек по оси  $r$ ,  $M$  — количество ячеек по оси  $z$ . Фиктивные ячейки с отрицательными индексами либо с индексами  $i > N$ ,  $j > M$ , используются для корректной аппроксимации граничных условий.

Уравнения (1) решаются с использованием явного метода конечных объёмов типа Годунова [20]. Вычислительную область покроем равномерной прямоугольной декартовой сеткой размером  $640 \times 400$  ячеек. Метод конечных объёмов является консервативным, поскольку

разностные уравнения расчётной схемы обеспечивают точное выполнение законов сохранения в любой выбранной ячейке сетки:

$$\frac{\mathbf{U}_{i,j}^{n+1} - \mathbf{U}_{i,j}^n}{\tau} + \frac{\mathbf{F}_{i+1/2,j}^n - \mathbf{F}_{i-1/2,j}^n}{h_r} + \frac{\mathbf{G}_{i,j+1/2}^n - \mathbf{G}_{i,j-1/2}^n}{h_z} = -\frac{\mathbf{S}_{i,j}^n}{(r_{i+1} - r_i)/2}, \quad (12)$$

где  $\tau$ ,  $h_r$ ,  $h_z$  — шаги соответственно по времени и координатным направлениям  $r$  и  $z$ . Потоки  $\mathbf{F}_{i\pm 1/2,j}^n$ ,  $\mathbf{G}_{i,j\pm 1/2}^n$  через границы ячейки  $(i, j)$  вычисляются с помощью решения задач Римана о распаде разрыва между выбранной ячейкой и соседними ячейками. Погрешность вычислений в случае использования консервативного метода возникает только из-за ошибки дискретизации, но не из-за возникновения паразитных источников массы, импульса и энергии вычислительной природы.

Задача Римана решается с помощью метода HLLC (HLL + contact) [21], выбранного по нескольким причинам. Во-первых, он способен работать с уравнением состояния общего вида, а не только с идеальным газом. Во-вторых, в отличие от не менее известного метода HLL (Harten—Lax—van Leer) [22], он гораздо точнее разрешает ударные фронты и контактные разрывы. В-третьих, сравнительные тестовые расчёты показали, что метод HLLC демонстрирует способность разрешать ударные волны при очень сильных разрывах с большой разницей в начальных плотностях и давлениях справа и слева на несколько порядков величины. При использовании усреднённых по Роу значений  $u$ ,  $v$ ,  $c$  для вычисления скоростей волн он превосходит даже метод Роу [23], который известен своей точностью разрешения ударных волн благодаря используемому в нём точному решению специальным образом линеаризованной задачи Римана о распаде разрыва на границе между ячейками.

Следуя [19], мы используем следующий критерий устойчивости метода для вычисления подходящего для расчётов временного шага:

$$\tau < C_{\text{CFL}} \frac{h}{\max_{i,j} (|u_{i,j}^n| + c_{i,j}^n, |v_{i,j}^n| + c_{i,j}^n)}, \quad (13)$$

где  $h$  — минимальный из шагов по координатам  $r$  и  $z$ ,  $C_{\text{CFL}}$  — число Куранта — Фридрихса — Леви,  $0 < C_{\text{CFL}} < 0.5$  для 2D-схемы без расщепления (2),  $c_{i,j}^n$  — скорость звука в ячейке  $(i, j)$  в момент времени  $t_n$ . На практике значение  $C_{\text{CFL}}$  выбирается исходя из специфики задачи и метода, и это всегда компромисс между желаемой скоростью вычисления, условиями задачи и ограничениями вычислительной методики. Условие (13) является практическим аналогом условия Куранта, Фридрихса и Леви [24].

Схема (12) имеет только первый порядок аппроксимации, что в вычислительной практике приводит к слишком широкому размазыванию фронтов ударов и контактных разрывов. Поэтому на каждом шаге вычислительного алгоритма мы выполняем линейную реконструкцию сеточной функции с использованием процедуры ENO второго порядка [25].

Верификация вычислительной схемы выполняется на стандартных одномерных и двумерных задачах [19], «тестах Торо».

### 3. УРАВНЕНИЕ СОСТОЯНИЯ

Ранее [14] уже была решена более простая задача моделирования с двумя различными УРС, такими как идеальный УРС и простой УРС типа Ми-Грюнейзена. Наиболее существенным, важным и трудным для реализации элементом гидродинамической модели является, конечно, УРС общего вида.

Существуют разные подходы к разработке таких УРС. Например, часто используются полуэмпирические УРС [26, 27] более широкого диапазона в табличной форме, которые используют группы К. В. Хищенко [28] и И. В. Ломоносова [29]. Для таких УРС берётся набор

данных из экспериментов по ударному сжатию для определённого участка фазовой диаграммы, аппроксимируемый аналитической зависимостью. Затем он сводится в таблицу и объединяется с данными из других областей фазовой диаграммы. Наиболее важным преимуществом таких табличных УРС является то, что они содержат области с фазовыми переходами. В то же время вычислительная реализация алгоритмов с использованием табличных УРС обычно требует больших ресурсов из-за большой скорости обращений к памяти компьютера для чтения, а также требует дополнительных усилий, если необходимо различать табличные значения. Аналитические зависимости лишены этих недостатков.

В представленной модели используется УРС, разработанное Ю. В. Петровым из Института теоретической физики им. Л. Д. Ландау РАН [15], по данным ударно-волновых экспериментов из базы Rusbank EOS и холодной кривой Розе [30]. УРС записывается в форме Ми – Грюнайзена:

$$p(\rho, e) = p_{\text{cold}}(\rho) + G(e - e_{\text{cold}}(\rho)), \quad (14)$$

где  $p_{\text{cold}}(\rho)$ ,  $e_{\text{cold}}(\rho)$  – холодные кривые алюминия,  $G = 1.2$  – параметр Грюнайзена. Давление на холодной кривой алюминия выражается формулой

$$p_{\text{cold}} = \begin{cases} p_0 \left( \left( \frac{\rho}{\rho_0} \right)^a - \left( \frac{\rho}{\rho_0} \right)^b \right), & \text{если } \rho/\rho_0 \geq 1, \\ p_g \left( \left( \frac{\rho}{\rho_0} \right)^n - 1 \right), & \text{если } \rho/\rho_0 < 1, \end{cases} \quad (15)$$

где  $p_0 = 560.964$  ГПа,  $a = 1.1266$ ,  $b = 0.9775$  – параметры УРС,  $p_g = 15$  ГПа – давление, определяющее максимальную абсолютную отрицательного давления в УРС,  $\rho_0 = 2750$  кг/м<sup>3</sup>.

Выражение для энергии на холодной кривой алюминия имеет вид

$$e_{\text{cold}} = \begin{cases} p_0 \left( \frac{1}{a} \left( \frac{\rho}{\rho_0} \right)^a - \frac{1}{b} \left( \frac{\rho}{\rho_0} \right)^b \right), & \text{если } \rho/\rho_0 \geq 1, \\ p_0(a-b) \left( \frac{1}{n} \left( \frac{1}{n-1} \left( \frac{\rho}{\rho_0} \right)^n \right) - \frac{1}{n-1} - \frac{1}{ab} \right), & \text{если } \rho/\rho_0 < 1. \end{cases} \quad (16)$$

Квадрат скорости звука в УРС, необходимый для расчётов скоростей волн в численном решении задачи Римана о распаде разрыва, рассчитывается по формуле

$$c^2(\rho, p) = p'_{\text{cold}}(\rho) + (G + 1) \frac{p - p_{\text{cold}}(\rho)}{\rho}. \quad (17)$$

#### 4. РЕЗУЛЬТАТЫ

На рис. 2 показана динамика распространения и затухания ударной волны в одномерном срезе, сделанном по оси симметрии мишени. Мы можем видеть, что до момента времени  $t \approx 38$  пс амплитуда волны близка к постоянной, а после 38 пс ударная волна начинает быстро затухать.

На рис. 3 показаны двумерные диаграммы давления в моменты времени  $t = 19.2, 28.867.2$  пс, соответствующие плоскому одномерному, переходному и полусферическому режимам распространения волны. В плоском режиме значительная часть фронта волны является плоскостью, которая постепенно распадается по направлению от периферии к центру, это обеспечивает временное отсутствие затухания. В переходном режиме значительная часть плоского фронта ударной волны уже распалась, но по направлению оси симметрии волна движется всё ещё в практически плоском режиме, затухая очень слабо. В полусферическом режиме волна подвержена сильному и быстрому затуханию.

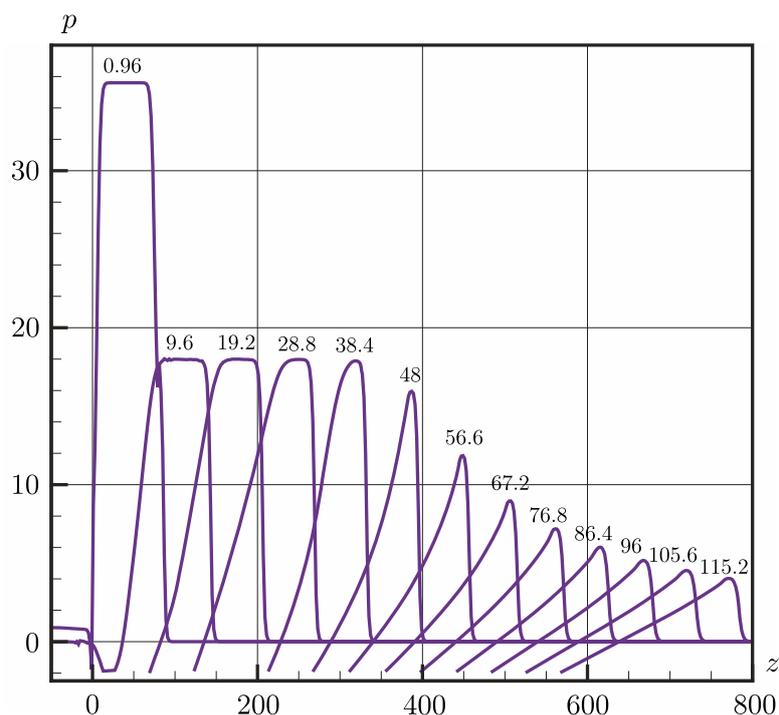


Рис. 2. Одномерные срезы профилей распространяющейся и затухающей ударной волны на оси симметрии задачи (оси лазерного пучка).

Подписи показывают время в пикосекундах (пс), соответствующее каждому профилю.

Луч лазера падает слева направо, т. е. ориентация мишени такая же, как и на рис. 1

Легко проделать сравнение полученных расчётов для трёхмерной задачи с аналогичной двумерной задачей. Двумерный случай можно интерпретировать как задачу о затухании ударной волны в бесконечно толстой мишени той же ширины. Поэтому, очевидно, волна будет затухать медленнее из-за отсутствующего измерения. На рис. 4 приведено сравнение представленных выше расчётов с расчётами с теми же начальными данными, но для плоского случая, без учёта осевой симметрии. На диаграмме видно заметное расхождение в законах затухания ударной волны в двумерном и трёхмерном случаях.

Теперь рассмотрим возможный упрочняющий эффект ударной волны, индуцированной воздействием ультракороткого лазерного импульса на металл.

Сильные ударные волны в металлах разделяются на пластическую ударную и упругую волну с давлением, которое называется пределом упругости Гюгоньо (Hugoniot Elastic Limit, HEL) [31]. В отличие от типичных длинных ударных волн, имеющих относительно низкий  $p_{HEL}$  в упругой волне-предвестнике, ультракороткая ударная волна, генерируемая фемтосекундным лазерным импульсом, создаёт гораздо более сильный упругий предвестник. Такое сильное упругое сжатие возможно, поскольку продолжительность нагружения чрезвычайно мала. Единичный упругий скачок, проходящий через металл, не вызывает остаточных деформаций [32], в отличие от пластического удара, который вызывает в металле необратимые деформации. Такие остаточные деформации необходимы для ударного упрочнения. Мы предполагаем, что для начала процесса упрочнения необходимо приложить пороговое давление, превышающее предел текучести целевого металла. Для фемтосекундных лазерно-индуцированных ударных волн этот порог равен пределу упругости Гюгоньо  $p_{HEL}$ . Для алюминия значение HEL составляет  $p_{HEL} = 12.6$  ГПа [33]. Слабые упругие ударные волны с давлением  $p < p_{HEL}$  не могут вызвать упрочнения металла. Согласно такому условию, в тех областях мишени, где максимальное напряжение, приложенное к частице материала, превышает HEL, предполагается, что происходит ударное упрочнение. И наоборот, в областях, где давление ниже HEL, упрочнения

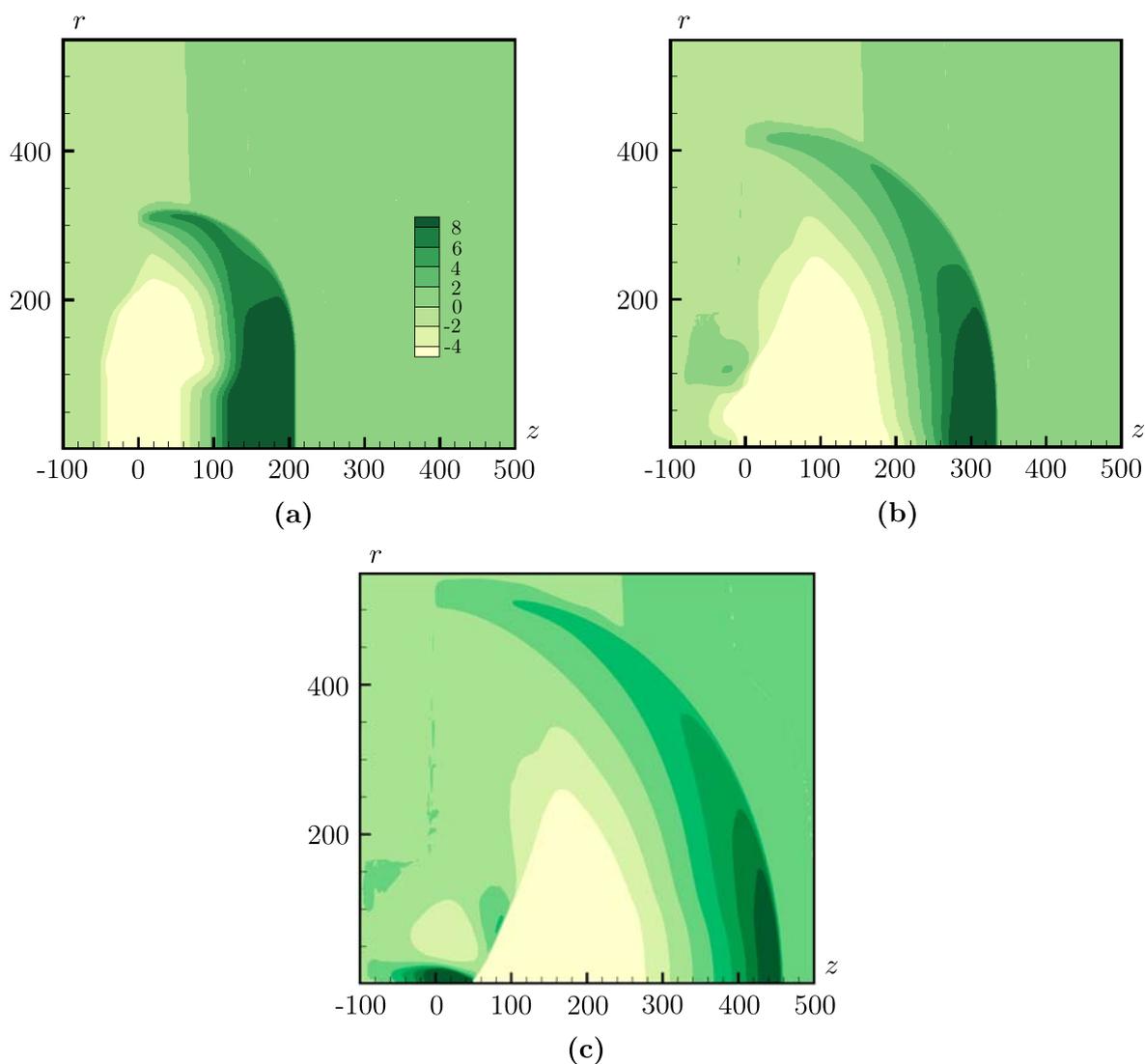


Рис. 3. Двумерные диаграммы давления в моменты времени  $t = 19.2$  пс (а),  $t = 38.4$  пс (б),  $t = 57.6$  пс (с).

Режим распространения ударной волны: практически плоский и одномерный (а), переходный (б), полусферический (с). Луч лазера падает слева направо, т. е. ориентация мишени такая же, как и на рис. 1

не происходит.

Это соображение позволяет установить простой критерий для построения геометрической области мишени, в которой упрочняющее воздействие имеет место. К области упрочнения будут относиться все ячейки сетки, в которых величина давления хотя бы однажды за всё время симуляции превысила пороговое значение. Для построения области воспользуемся  $p_{\max}$ -диаграммой, т. е. двумерной картой, на которой показано максимальное давление в каждой точке от начала и до 96 пс, когда начальное возмущение уже распалось в такой степени, что ни в одной точке расчётной области давление точно не превысит  $p_{\text{HEL}}$ . Очевидно, область упрочнения на  $p_{\max}$ -диаграмме будет ограничена изолинией давления, соответствующей пороговому значению, т. е. величине  $p_{\text{HEL}}$ . Построенная диаграмма показана на рис. 5.

Заметим, что максимальная глубина упрочняющего воздействия на металл имеет тот же по порядку линейный размер, что и диаметр светового пятна, т. е. фемтосекундное упрочнение металла, согласно приведённой модели и расчётам, нельзя осуществить на глубину, существен-

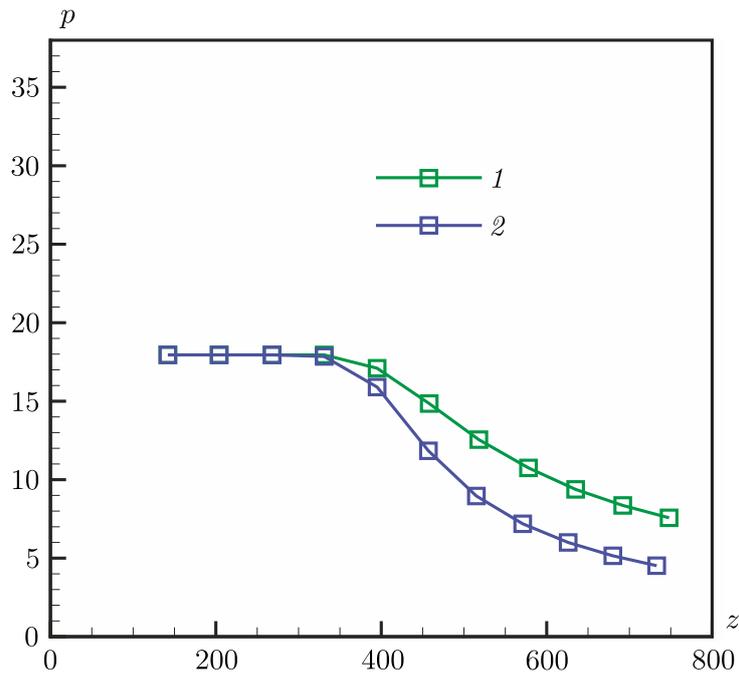


Рис. 4. Сравнение динамики амплитуды ударной волны при её распространении вглубь мишени в расчёте по алгоритму с «плоским» расчётом без учёта цилиндрической симметрии (1) и по настоящей модели (2).

Затухание в трёхмерной задаче выражено существенно сильнее, чем в двумерной. Луч лазера падает слева направо, т. е. ориентация мишени такая же, как и на рис. 1.

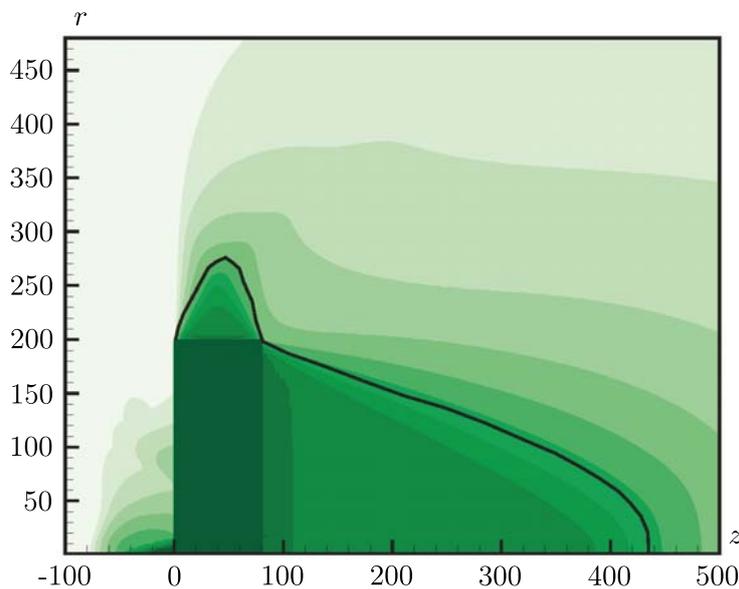


Рис. 5.  $p_{\max}$ -диаграмма в момент времени  $t = 96$  пс.

Сплошной линией на диаграмме показан уровень  $p = p_{\text{NEL}}$ .

Клиновидная область, ограниченная этим уровнем, — область упрочнения металла вследствие фемтосекундного нагрева. Луч лазера падает слева направо, т. е. ориентация мишени такая же, как и на рис. 1

но превышающую размеры светового пятна. Также заметим, что индуцированная ультракоротким импульсом ударная волна способна упрочнять металл практически лишь в плоском

режиме распространения. Когда волна полностью сферизуется, давление в ней быстро падает ниже порога упрочнения.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Представлены гидродинамическая модель и численный алгоритм, основанные на уравнениях Эйлера движения сплошной среды и полуэмпирическом уравнении состояния в форме Ми — Грюнайзена. Программа, разработанная на основе модели и реализующая алгоритм, способна эффективно выполнять расчёты по моделированию распространения и затухания индуцированной лазером ударной волны в сплошной металлической мишени. Проведена симуляция распространения и затухания ударной волны в конфигурации, близкой к экспериментальной задаче по одноимпульсному фемтосекундному лазерному упрочнению алюминия. Выделены этапы плоского одномерного, переходного и полусферического распространения ударной волны. Проведено сравнение закона затухания ударной волны с двумерным плоским случаем для аналогичного материала.

Модель и алгоритм планируется далее дорабатывать и улучшать. Разработка алгоритма для параллельных вычислений на основе модели позволит производить расчёты с существенно более высокой точностью на сетках с  $\sim 10^6 \div 10^7$  ячеек. Использование многожидкостных моделей, таких, например, как GFM (Ghost Fluid Method) или модель Баера — Нунциато, позволит более точно и с меньшим расходом ресурсов разрешать контактную поверхность между металлом и вакуумом. Использование упругопластических моделей, таких, например, как модель Джонсона — Кука, позволит более точно оценивать эффективность упрочняющего воздействия и, как следствие, глубину и форму зоны упрочнения в облучаемом металле.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Vorobyev A.Y., Guo C. Colorizing metals with femtosecond laser pulses // *Appl. Phys. Lett.* 2008. V. 92. Article 041914; DOI: 10.1364/OE.14.002164
2. Bonse J., Kruger J., Hohm S., Rosenfeld A. Femtosecond laser-induced periodic surface structures // *Laser Appl.* 2012. V. 24, N 4. Article 042006; DOI: 10.2351/1.4712658
3. Leung C.L.A., Marussi S., Atwood R.C., Towrie M., Withers P.J., Lee P.D. In situ x-ray imaging of defect and molten pool dynamics in laser additive manufacturing // *Nat. Commun.* 2018. V. 9. Article 1355; DOI: 10.1038/s41467-018-03734-7
4. Bertoli U.S., MacDonald B.E., Schoenung J.M. Stability of cellular microstructure in laser powder bed fusion of 316l stainless steel // *Mater. Sci. Engrg.: A.* 2019. V. 739. P. 109–117; DOI 10.1016/j.msea.2018.10.051
5. Stratakis E., Barberoglou M., Fotakis C., Viau G., Garcia C., Shafeev G.A. Generation of Al nanoparticles via ablation of bulk Al in liquids with short laser pulses // *Optics Express.* 2009. V. 17, N 15. P. 12650–12659; DOI: 10.1364/OE.17.012650
6. Zhang D., Gokce B., Barcikowski S. Laser synthesis and processing of colloids: Fundamentals and applications // *Chem. Rev.* 2017. V. 117, N 5. P. 3990–4103; DOI: 10.1021/acs.chemrev.6b00468
7. Sano T., Eimura T., Kashiwabara R., Matsuda T., Isshiki Y., Hirose A., Tsutsumi S., Ara-kawa K., Hashimoto T., Masaki K., Sano Y. Femtosecond laser peening of 2024 aluminum alloy without a sacrificial overlay, under atmospheric conditions // *J. Laser Appl.* 2017. V. 29, N 1. Article 012005; DOI: 10.2351/1.4967013
8. Trdan U., Sano T., Klobcar D., Sano Y., Grum J., Sturm R. Improvement of corrosion re-sistance of AA2024-T3 using femtosecond laser peening without protective and confining medium // *Corros. Sci.* 2018. V. 143. P. 46–55; DOI: 10.1016/j.corsci.2018.08.030
9. *LSP Technologies: Introduction to Laser Peening* // <https://www.lsptechnologies.com/wp-content/uploads/2019/03/Intro-to-Laser-Peening-Webinar.pdf>

10. Shepelev V.V., Inogamov N.A. Two-dimensional turning of thermal flux from normal to lateral propagation in thin metal film irradiated by femtosecond laser pulse // J. Phys. Conf. Ser. 2018. V. 946. Article 012010.
11. Shepelev V.V., Inogamov N.A., Fortova S.V. Thermal and dynamic effects of laser irradiation of thin metal films // Optical and Quantum Electronics. 2020. V. 52, N 2. Article 88.
12. Shepelev V.V., Inogamov N.A., Fortova S.V., Danilov P.A., Kudryashov S.I., Kuchmizhak A.A., Vitrik O.B. Action of a femtosecond laser pulse on thin metal film supported by glass substrate // J. Phys. Conf. Ser. 2018. V. 1128. Article 012092.
13. Shepelev V.V., Inogamov N.A., Danilov P.A., Kudryashov S.I., Kuchmizhak A.A., Vitrik O.B. Ultrashort pulse action onto thin film on substrate: Qualitative model of shock propagation in sub-strate explaining phenomenon of fast growth of a hole with increase of absorbed energy // J. Phys. Conf. Ser. 2019. V. 1147. Article 012065.
14. Shepelev V., Inogamov N.A., Fortova S.V. The role of geometry in the generation of a shock wave by a femtosecond laser pulse // J. Phys. Conf. Ser. 2021. V. 1787. Article 012023.
15. Shepelev V.V., Inogamov N.A., Petrov Yu.V., Fortova S.V. Equations of state of the Mie-Gruneisen type as applied to problems of laser hardening of materials // J. Phys. Conf. Ser. (in press).
16. Anisimov S.I., Zhakhovskii V.V., Inogamov N.A., Nishihara K., Petrov Yu.V., Khokhlov V.A. Ablated matter expansion and crater formation under the action of ultrashort laser pulse // J. Experiment. Theor. Phys. 2006. V. 103, N 2. P. 183–197.
17. Анисимов С.И., Жаховский В.В., Иногамов Н.А., Нишихара К., Петров Ю.В., Хохлов В.А. Формирование кратера и откольной оболочки коротким лазерным импульсом // Мат. моделирование. 2006. V. 18, N 8. P. 111–122.
18. Fisher D., Fraenkel M., Henis Z., Moshe E., Eliezer S. Interband and intraband (Drude) contributions to femtosecond laser absorption in aluminum // Phys. Rev. E. 2001. V. 65. Article 016409.
19. Toro E.F. Riemann Solvers and Numerical Methods for Fluid Dynamics: A Practical Introduction. Springer-Verl., 1999.
20. Годунов С.К., Забродин А.В., Иванов М.Я., Крайко А.Н., Прокопов Г.П. Численное решение многомерных задач газовой динамики. М.: Наука, 1976.
21. Toro E., Spruce M., Speares W. Restoration of the contact surface in the HLL Riemann solver // Shock Waves. 1994. V. 4. P. 25–34.
22. Harten A., Lax P., van Leer B. On upstream differencing and godunov type methods for hyperbolic conservation Laws // SIAM Rev. 1983. V. 25, N 1. P. 35–61.
23. Roe P. Approximate Riemann solvers, parameter vectors and difference schemes // J. Comput. Phys. 1981. V. 43. P. 357–372.
24. Courant R., Friedrichs K., Lewy H. Über die partiellen differenzgleichungen der mathematischen physik. Mathematische Annalen. 1928. V. 100, N 1. P. 32–74; DOI: 10.1007/BF01448839
25. Shu C.-W. Essentially Non-oscillatory and Weighted Essentially Non-oscillatory Schemes for Hyperbolic Conservation Laws. Berlin; Heidelberg: Springer-Verl., 1998. P. 325–432; DOI: 10.1007/BFb0096355
26. Bushman A.V., Fortov V.E. Model equations of state // Sov. Phys. Usp. 1983. V. 26, N 6. P. 465–496; DOI: 10.1070/pu1983v026n06abeh004419
27. Bushman A.V., Kanel G.I., Ni A.L., Fortov V.E. Thermophysics and Dynamics of Intense Pulse Loadings. London: Taylor&Fransis, 1993.
28. Khishchenko K.V. The equation of state for magnesium at high pressures // Tech. Phys. Lett. 2004. V. 30, N 10. P. 829–831; DOI: 10.1134/1.1813723
29. Lomonosov I.V. Multi-phase equation of state for aluminum // Laser Part. Beams. 2007. V. 25. P. 567–584; DOI: 10.1017/S0263034607000687
30. Rose J.H., Smith J.R., Guinea F., Ferrante J. Universal features of the equation of state of metals // Phys. Rev. B. 1984. V. 29. Article 2963.
31. Zel'dovich Y.B., Raizer Y.P. Physics of Shock Waves and High-Temperature Hydrodynamic Phenomena. Dover, 2002.

32. *Anisimov S.I., Zhakhovsky V.V., Inogamov N.A., Migdal K.P., Petrov Y.V., Khokhlov V.A.* High-energy-density physics and laser technologies // *J. Experiment. Theor. Phys.* 2019. V. 129, N 4. P. 757–782; DOI: 10.1134/S1063776119100169.
33. *Zhakhovsky V.V., Budzevich M.M., Inogamov N.A., Oleynik I.I., White C.T.* Two-zone elastic-plastic single shock waves in solids // *Phys. Rev. Lett.* 2011. V. 107, N 13. Article 135502; DOI: 10.1103/PhysRevLett.107.135502

UDC 51.72

**HYDRODYNAMIC MODELING OF LASER-INDUCED SHOCK WAVES  
IN ALUMINUM IN A CYLINDRICALLY-SYMMETRIC FORMULATION**

© 2023 V. V. Shepelev

*Institute for Computer Aided Design RAS,  
ul. 2-ya Brestskaya 19/18, Moscow 123056, Russia*

E-mail: vadim.aries@gmail.com

Received 14.10.2022, revised 14.10.2022, accepted 12.01.2023

**Abstract.** Using two-dimensional cylindrically-symmetric physical and mathematical model and an algorithm, a numerical investigation of the problem of irradiating a volumetric aluminum target with a single femtosecond laser pulse is carried out. The problem has a number of fundamental and practical applications related to the hardening effect of residual plastic deformations after the passage of a laser-induced shock wave, in particular, laser shock hardening technology, also known in the literature as laser forging, laser riveting or laser peening. Axial symmetry of laser beam makes it possible to reduce the dimension of the problem from three-dimensional to two-dimensional and significantly save computational resources. Semi-empirical equation of the state of aluminum in the form of a Mi–Gruneisen with the adjustment of parameters according to the cold curve of the metal and the data of shock-wave experiments was used. The law of shock wave propagation and attenuation is investigated, the stages of (1) single, (2) transient and (3) hemispherical shock wave propagation are identified. The size and shape of the area on which the strengthening effect can be carried out by a single femtosecond laser pulse are described.

**Keywords:** mathematical modeling, hydrodynamics, computational methods, Riemann solvers, femtosecond lasers, shock waves, equations of state.

DOI: 10.33048/SIBJIM.2023.26.217

## REFERENCES

1. Vorobyev A.Y., Guo C. Colorizing metals with femtosecond laser pulses. *Appl. Phys. Lett.*, 2008, Vol. 92, article 041914; DOI: 10.1364/OE.14.002164
2. Bonse J., Kruger J., Hohm S., Rosenfeld A. Femtosecond laser-induced periodic surface structures. *Laser Appl.*, 2012, Vol. 24, No. 4, article 042006; DOI: 10.2351/1.4712658
3. Leung C.L.A., Marussi S., Atwood R.C., Towrie M., Withers P.J., Lee P.D. In situ x-ray imaging of defect and molten pool dynamics in laser additive manufacturing. *Nat. Commun.*, 2018, Vol. 9, article 1355; DOI: 10.1038/s41467-018-03734-7
4. Bertoli U.S., MacDonald B.E., Schoenung J.M. Stability of cellular microstructure in laser powder bed fusion of 316l stainless steel. *Mater. Sci. Engrg.: A*, 2019, Vol. 739, pp. 109–117; DOI: 10.1016/j.msea.2018.10.051
5. Stratakis E., Barberoglou M., Fotakis C., Viau G., Garcia C., Shafeev G.A. Generation of Al nanoparticles via ablation of bulk Al in liquids with short laser pulses. *Optics Express*, 2009, Vol. 17, No. 15, pp. 12650–12659; DOI: 10.1364/OE.17.012650
6. Zhang D., Gokce B., Barcikowski S. Laser synthesis and processing of colloids: Fundamentals and applications. *Chem. Rev.*, 2017, Vol. 117, No. 5, pp. 3990–4103; DOI: 10.1021/acs.chemrev.6b00468

7. Sano T., Eimura T., Kashiwabara R., Matsuda T., Isshiki Y., Hirose A., Tsutsumi S., Ara-kawa K., Hashimoto T., Masaki K., Sano Y. Femtosecond laser peening of 2024 aluminum alloy without a sacrificial overlay, under atmospheric conditions. *J. Laser Appl.*, 2017, Vol. 29, No. 1, article 012005; DOI: 10.2351/1.4967013
8. Trdan U., Sano T., Klobcar D., Sano Y., Grum J., Sturm R. Improvement of corrosion re-sistance of AA2024-T3 using femtosecond laser peening without protective and confining medium. *Corros. Sci.*, 2018, Vol. 143, pp. 46–55; DOI: 10.1016/j.corsci.2018.08.030
9. LSP Technologies: Introduction to Laser Peening. <https://www.lsptechnologies.com/wp-content/uploads/2019/03/Intro-to-Laser-Peening-Webinar.pdf>
10. Shepelev V.V., Inogamov N.A. Two-dimensional turning of thermal flux from normal to lateral propagation in thin metal film irradiated by femtosecond laser pulse. *J. Phys. Conf. Ser.*, 2018, Vol. 946, article 012010.
11. Shepelev V.V., Inogamov N.A., Fortova S.V. Thermal and dynamic effects of laser irradiation of thin metal films. *Optical and Quantum Electronics*, 2020, Vol. 52, No. 2, article 88.
12. Shepelev V.V., Inogamov N.A., Fortova S.V., Danilov P.A., Kudryashov S.I., Kuchmizhak A.A., Vitrik O.B. Action of a femtosecond laser pulse on thin metal film supported by glass substrate. *J. Phys. Conf. Ser.*, 2018, Vol. 1128, article 012092.
13. Shepelev V.V., Inogamov N.A., Danilov P.A., Kudryashov S.I., Kuchmizhak A.A., Vitrik O.B. Ultrashort pulse action onto thin film on substrate: Qualitative model of shock propagation in sub-strate explaining phenomenon of fast growth of a hole with increase of absorbed energy. *J. Phys. Conf. Ser.*, 2019, Vol. 1147, article 012065.
14. Shepelev V., Inogamov N.A., Fortova S.V. The role of geometry in the generation of a shock wave by a femtosecond laser pulse. *J. Phys. Conf. Ser.*, 2021, Vol. 1787, article 012023.
15. Shepelev V.V., Inogamov N.A., Petrov Yu.V., Fortova S.V. Equations of state of the Mie-Gruneisen type as applied to problems of laser hardening of materials. *J. Phys. Conf. Ser.* (in press).
16. Anisimov S.I., Zhakhovskii V.V., Inogamov N.A., Nishihara K., Petrov Yu.V., Khokhlov V.A. Ablated matter expansion and crater formation under the action of ultrashort laser pulse. *J. Experiment. Theor. Phys.*, 2006, Vol. 103, No. 2, pp. 183–197.
17. Anisimov S.I., Zhakhovskii V.V., Inogamov N.A., Nishikhara K., Petrov Yu.V., Khokhlov V.A. Formirovanie kratera i otkol'noi obolochki korotkim lazernym impul'som [Formation of a crater and a split shell by a short laser pulse]. *Mat. Model.*, 2006, Vol. 18, No. 8, pp. 111–122 (in Russian).
18. Fisher D., Fraenkel M., Henis Z., Moshe E., Eliezer S. Interband and intraband (Drude) contributions to femtosecond laser absorption in aluminum. *Phys. Rev. E.*, 2001, Vol. 65, article 016409.
19. Toro E.F. *Riemann Solvers and Numerical Methods for Fluid Dynamics: A Practical Introduction*. Springer-Verl., 1999.
20. Godunov S.K., Zabrodin A.V., Ivanov M.Ya., Kraiko A.N., Prokopov G.P. *Chislennoe reshenie mnogomernykh zadach gazovoi dinamiki* [Numerical solution of multidimensional problems of gas dynamics]. Moscow: Nauka, 1976 (in Russian).
21. Toro E., Spruce M., Speares W. Restoration of the contact surface in the HLL Riemann solver. *Shock Waves*, 1994, Vol. 4, pp. 25–34.
22. Harten A., Lax P., van Leer B. On upstream differencing and godunov type methods for hyperbolic conservation laws. *SIAM Rev.*, 1983, Vol. 25, No 1, pp. 35–61.
23. Roe P. Approximate Riemann solvers, parameter vectors and difference schemes. *J. Comput. Phys.*, 1981, Vol. 43, pp. 357–372.
24. Courant R., Friedrichs K., Lewy H. Über die partiellen differenzgleichungen der mathematischen physic. *Math. Annal.*, 1928, Vol. 100, No. 1, pp. 32–74; DOI: 10.1007/BF01448839 (in German).
25. Shu C.-W. *Essentially Non-oscillatory and Weighted Essentially Non-oscillatory Schemes for Hyperbolic Conservation Laws*. Berlin; Heidelberg: Springer-Verl., 1998, pp. 325–432; DOI: 10.1007/BFb0096355
26. Bushman A.V., Fortov V.E. Model equations of state. *Sov. Phys. Usp.*, 1983, Vol. 26, No. 6, pp. 465–496; DOI: 10.1070/pu1983v026n06abeh004419

27. Bushman A.V., Kanel G.I., Ni A.L., Fortov V.E. *Thermophysics and Dynamics of Intense Pulse Loadings*. London: Taylor&Fransis, 1993.
28. Khishchenko K.V. The equation of state for magnesium at high pressures. *Tech. Phys. Lett.*, 2004, Vol. 30, No. 10, pp. 829–831; DOI: 10.1134/1.1813723
29. Lomonosov I.V. Multi-phase equation of state for aluminum. *Laser Part. Beams*, 2007, Vol. 25, pp. 567–584; DOI: 10.1017/S0263034607000687
30. Rose J.H., Smith J.R., Guinea F., Ferrante J. Universal features of the equation of state of metals. *Phys. Rev. B.*, 1984, Vol. 29, article 2963.
31. Zel'dovich Y.B., Raizer Y.P. *Physics of Shock Waves and High-Temperature Hydrodynamic Phenomena*. Dover, 2002.
32. Anisimov S.I., Zhakhovsky V.V., Inogamov N.A., Migdal K.P., Petrov Y.V., Khokhlov V.A. High-energy-density physics and laser technologies. *J. Experiment. Theor. Phys.*, 2019, Vol. 129, No. 4, pp. 757–782; DOI: 10.1134/S1063776119100169.
33. Zhakhovsky V.V., Budzevich M.M., Inogamov N.A., Oleynik I.I., White C.T. Two-zone elastic-plastic single shock waves in solids. *Phys. Rev. Lett.*, 2011, Vol. 107, No. 13, article 135502; DOI: 10.1103/PhysRevLett.107.135502