УДК 532.663:536.658

НЕУПРУГОЕ СТОЛКНОВЕНИЕ РЕЗОНАНСНЫХ СОЛИТОНОВ В ПУЗЫРЬКОВОЙ СРЕДЕ

© 2023 **И. А. Огородников**

Институт теплофизики им. С. С. Кутателадзе СО РАН,
просп. Акад. Лаврентьева, 1, г. Новосибирск 630090, Россия

E-mail: igoro47@yandex.ru

Поступила в редакцию 25.09.2022 г.; после доработки 28.12.2022 г.;
принята к публикации 12.01.2023 г.

Исследуется столкновение резонансных солитонов большой амплитуды в жидкости с пузырьками газа при встречном движении. Взаимодействие имеет неупругий характер. Амплитуда состояния при полном слиянии двух резонансных солитонов в три раза превышает их начальные амплитуды. При взаимодействии излучаются два интенсивных звуковых предвестника. После выхода солитонов из области взаимодействия в ней возникает ограниченная в пространстве долго живущая зона связанных пульсаций пузырьков. Эти процессы уменьшают энергию резонансных солитонов, и они не восстанавливаются до исходного состояния.

Ключевые слова: жидкость с пузырьками, резонансные солитоны большой амплитуды, неупругое взаимодействие, излучение звуковых предвестников.

DOI: 10.33048/SIBJIM.2023.26.208

ВВЕДЕНИЕ

Исследования свойств солитонов и различных систем из них проводят на базе уравнения Кортевега — Де Вриза (КдВ), уравнения синус-Гордона, нелинейного уравнения Шрёдингера, их модификаций и других аналогичных уравнений [1–3]. Такие нелинейные волновые уравнения являются интегрируемыми. Их широкое применение обусловлено этим их свойством и множеством сред в области физики, астрофизики, гидродинамики, биологии и химии, в которых возможны внутренние колебательные процессы. В таких средах возникает эффект самовоздействия волн, заключающийся в изменении характеристик среды под их воздействием, и, как результат, возникновение уединённых волн.

В предположении малой нелинейности и дисперсии можно получить одно из указанных уравнений или его модификацию в разных типах сред. Большое количество теоретических исследований определяется тем, что даже слабые нелинейность и дисперсия позволяют предсказать некоторые нелинейные эффекты и определить области параметров возникновения уединённых волн. Эти исследования расширяют информацию о нелинейных волнах и упрощают экспериментальные исследования солитонов.

Ярким примером является уединённая волна, обнаруженная при изучении эффектов самоиндуцированной прозрачности в нелинейных кристаллах [4]. Эта уединённая волна получила название оптического солитона. Он представляет собой огибающую волнового пакета, несущая частота которого близка к одной из собственных частот квантовых переходов среды. Теоретические предсказания [5, 6] стимулировали экспериментальные исследования, которые привели к созданию устойчивых систем передачи данных с использованием оптических солитонов [7]. Термин «солитон» был впервые введён в [8] и закрепился именно за решениями указанных уравнений в виде уединённых волн.

Решения в виде солитонов являются математическими объектами. Количественные характеристики наблюдаемых солитонов они не описывают, но некоторые свойства уединённых волн решения этих уравнений качественно отображают, например множественное рождение солитонов из длинных начальных возмущений. Интересной особенностью солитонов является их сходство с частицами. После взаимодействия солитоны восстанавливаются до первоначальных параметров. Такое взаимодействие солитонов определяют как упругое. Уравнения с постоянными коэффициентами не допускают неупругого взаимодействия солитонов, что характерно для реальных взаимодействующих частиц. Аналог неупругого взаимодействия возникает в уравнениях с переменными коэффициентами при нелинейных и дисперсионных членах [9], но это не связано с изменением параметров среды под воздействием интенсивной волны.

Допущения, использованные при выводе уравнений, ограничивают их применение слабо нелинейными процессами в частотных диапазонах далеко от резонансной области. В этом приближении уравнения описывают только компоненты поля, но не описывают изменения структуры среды под воздействием волн.

Существуют волновые процессы в гетерогенных средах, когда изменением внутренних параметров среды под действием волн нельзя пренебречь. Наиболее сильно это проявляется в пузырьковых средах. Сжатие пузырьков в волнах большой амплитуды в газожидкостной среде настолько велики [10–13], что указанные уравнения принципиально нельзя применять. В экспериментах обнаружено, что длительность уединённых волн большой амплитуды сопоставима с временем схлопывания пустого пузырька в волне. Это означает, что солитоны формируются именно в резонансной области. У пузырьков в несколько раз уменьшается объём при сжатии и локальное давление в нём значительно превосходит давление в волне. Этот эффект возникает за счёт инерции присоединённой массы пузырька при сжатии. Эксперименты выявили наличие звукового предвестника при распространении волн в пузырьковой среде, фронт которого движется со скоростью звука в чистой жидкости. Скорость фронта предвестника не зависит от наличия в жидкости пузырьков. После воздействия звукового импульса в пузырьковой среде всегда существует зона возбуждённого состояния, время жизни которого много больше времени воздействия волны на среду. При увеличении амплитуды скорость звуковых импульсов стремится к скорости звука в чистой жидкости. Эти экспериментальные данные предъявляют требования к построению теоретических моделей и позволяют их верифицировать.

Для описания динамики гетерогенных сред традиционно используется гомогенный подход. Для величин, характеризующих гетерогенную среду, вводятся соответствующие осреднённые величины, затем из законов сохранения выводятся уравнения движения [14]. Усреднение искажает информацию о дисперсной и несущей фазах. Это приводит к нефизическим следствиям в области высоких частот. Например, скорость фронта звукового предвестника в этих моделях является функцией объёмного газосодержания, что противоречит экспериментальным данным. Это ограничивает применение гомогенных моделей для решения волновых задач низкочастотным диапазоном.

В работах [15–17] предложена микроскопическая модель динамики гетерогенной среды, которая свободна от указанного ограничения. Принципиальное отличие модели в том, что сплошная среда, жидкость или газ являются несущей фазой, а каждая частица дисперсной фазы — источник массы, импульса, момента импульса и энергии по отношению к несущей среде. В частом случае гетерогенная среда может состоять из несущей среды и одной частицы. Поведение каждой частицы описывается отдельным уравнением движения с учётом сил взаимодействия с несущей фазой. На этапе вывода уравнений из законов сохранения не требуется введение осреднённых величин. Осреднение для удобства вычислений может быть проведено в конечных уравнениях, в которых все члены, содержащие характеристики пузырьков, выносятся в правую часть уравнений и выполняют функцию источников. В этом случае операция сводится к осреднению свойств распределённого источника и не изменяет физические свойства несущей и дисперсной фаз.

На основе микроскопической модели получена волновая система уравнений для частного случая — жидкости с пузырьками. Эта система допускает описание волн большой амплитуды и нелинейной динамики пузырьков. Особенностью модели является возможность представлять пузырьковые области набором разных пузырьков, расположенных в произвольных точках и областях среды. В модели жидкость является несущей средой, а пузырьки источниками массы. Производительность источников и их знак определяются их расширением и сжатием. Интенсивными являются волны, в которых пузырьки совершают нелинейные пульсации с многократным изменением объёма. При таких давлениях диапазон амплитуд волн для жидкости лежит в области линейной акустики потому, что сжимаемость жидкости на несколько порядков меньше сжимаемости газа в пузырьках.

В [16] выполнена верификация волновой модели. Для этого использованы экспериментальные данные из [10, 13]. Выбор обусловлен полнотой описания условий экспериментов, методик измерений и данных о погрешностях. Это позволило сформулировать соответствующую экспериментам математическую постановку задачи. В первом сравнении использовалось прямое наложение формы импульса, полученного в эксперименте [11] и вычисленного на основе модели [16]. Сравнение показало, что решение полученной системы уравнений количественно отражает наблюдаемую в эксперименте структуру — наличие звукового предвестника и резонансного солитона.

Во втором случае сравнивалась зависимость скорости распространения импульса как функции амплитуды. Скорость измерялась в глицерине с мелкими воздушными пузырьками [13]. Точность сопоставления находится в пределах погрешности экспериментов.

Учитывая свойства уединённых волн в [15] введено понятие резонансный солитон. В пузырьковой среде это широкополосный одиночный импульс давления без несущей частоты, как в оптическом солитоне [4].

Резонансный солитон в пузырьковой среде характеризуются синфазным изменением давления и радиуса пузырьков. Сжимаясь, пузырёк накапливает энергию. При максимальном сжатии энергия равна потенциальной энергии сжатого газа в пузырьке. С падением давления пузырёк расширяется и отдаёт всю накопленную энергию в волну. Он увеличивается до первоначального размера и далее не пульсирует.

Эта динамическая система, движущаяся с постоянной скоростью в однородной пузырьковой среде, и является резонансным солитоном. Проходя по невозмущённой пузырьковой среде, солитон оставляет её в невозмущённом состоянии.

Резонансные солитоны устойчивы и в пузырьковых средах с полидисперсными пузырьками [18]. Благодаря этому их можно использовать для зондирования приповерхностного слоя океана на больших расстояниях, в котором из-за волнения всегда присутствуют мелкие пузырьки воздуха [19].

Дисперсионные свойства пузырьковой жидкости характерны для многих сред с осцилляторами. Результаты исследований помогут в изучении солитонов в других средах с близкими дисперсионными свойствами, где аналогичные волновые модели не построены. Поэтому изучение взаимодействия солитонов в пузырьковой среде — актуальная задача.

Цель работы — анализ механизма формирования резонансных солитонов в приграничной области и определение энергетических характеристик поля давления и распределения радиусов пузырьков при встречном столкновении двух резонансных солитонов большой амплитуды.

1. ФИЗИЧЕСКАЯ ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

В пространстве, заполненном жидкостью, выделен слой шириной H. Внутри него сформирован однородный пузырьковый слой шириной h (рис. 1).

Все пузырьки одинаковые. Границы раздела пузырькового слоя и чистой жидкости плоские. На граничных плоскостях слоя в чистой жидкости, с двух сторон, синхронно генерируют-

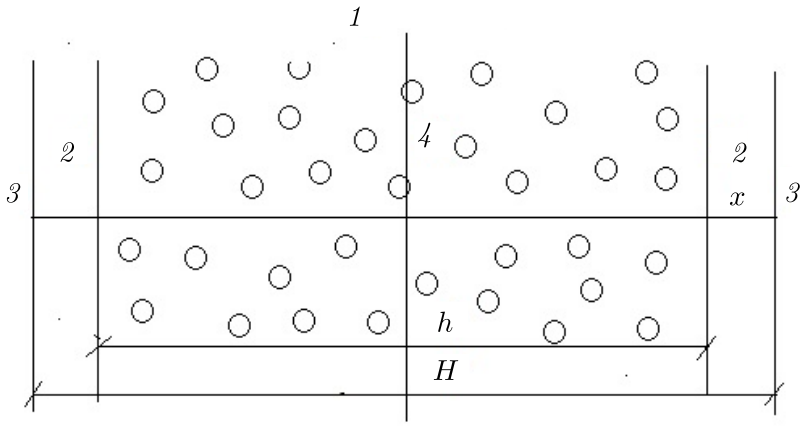

Рис. 1. Пузырьковый слой в чистой воде: *1* — пузырьковый слой, *2* — чистая вода, *3* — излучающие поверхности, *4* — плоскость симметрии; H — ширина слоя воды, h — ширина пузырькового слоя

ся одинаковые звуковые импульсы, движущиеся навстречу друг другу. Область исследования симметрична относительно центральной плоскости.

Предметом исследования является встречное столкновение резонансных солитонов и энергетические характеристики новых объектов, возникших внутри пузырькового слоя.

2. НЕЛИНЕЙНАЯ ВОЛНОВАЯ СИСТЕМА УРАВНЕНИЙ

Для решения задачи используется волновая модель [17] в одномерной постановке с осреднённым описанием распределения пузырьков как источников. Все величины — функции координаты x и времени t.

Запишем систему уравнений:

$$\frac{1}{c^2}\,\frac{\partial^2 p(x,t)}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 p(x,t)}{\partial x^2} = -\frac{1}{c^2}\,\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{p(x,t)}{1-\alpha(x,t)}\,\frac{\partial \alpha(x,t)}{\partial t}\right) \tag{1}$$

— неоднородное волновое уравнение;

$$R(x,t)\frac{d^2R(x,t)}{dt^2} + \frac{3}{2}\left(\frac{dR(x,t)}{dt}\right)^2 + \frac{4\mu}{R(x,t)\ \rho_0}\frac{dR(x,t)}{dt} + \frac{2\sigma}{R(x,t)\ \rho_0}$$
$$= d_0\left(\frac{R_0}{R(x,t)}\right)^{3\gamma} - \frac{P_0}{\rho_0} - \frac{p(x,t)}{\rho_0}, \quad d_0 = \frac{1}{\rho_0}\left(P_0 + \frac{2\sigma}{R_0}\right) \tag{2}$$

— уравнение Рэлея;

$$\alpha(x,t) = \alpha_0 \frac{4}{3}\pi R^3(x,t) \tag{3}$$

— уравнение, связывающее объёмное газосодержание и радиус пузырьков;

$$p(x,t)|_{t=0} = P_0 \in [0,H], \tag{4}$$
$$R(x,t)|_{t=0} = R_0 \in [(H-h)/2, (H+h)/2], \tag{5}$$
$$\alpha(x,t)|_{t=0} = \alpha_0 \in [(H-h)/2, (H+h)/2] \tag{6}$$

— начальные условия;

$$p(x,t)|_{x=0} = P_w \exp(-bt^2)t^2, \quad p(x,t)|_{x=H} = P_w \exp(-bt^2)t^2 \tag{7}$$

— граничные импульсы;

$$p(x-ct)|_{x=0}=0, \quad p(x+ct)|_{x=H}=0 \tag{8}$$

— условия отсутствия отражения на границах жидкости.

Здесь $p(x,t)$ — отклонение давления от начального значения P_0; $R(x,t)$ — отклонение радиуса пузырька от начального значения R_0; $\alpha(x,t)$ — отклонение объёмного газосодержания от начального значения α_0; P_w — амплитуда начального импульса; H — ширина слоя жидкости; h — ширина пузырькового слоя; b — коэффициент, определяющий длительность начального импульса; c — скорость звука в жидкости; ρ_0 — плотность жидкости; σ — поверхностное натяжение жидкости; μ — вязкость жидкости; γ — показатель адиабаты газа в пузырьке; t — время; x — пространственная координата.

Поскольку резонансный солитон проявляет свойства частицы, его характеристики и характеристики продуктов взаимодействия будут представляться в энергетических единицах.

Энергия единичного объёма возбуждённой пузырьковой среды равна сумме энергии звуковой волны и энергии пузырьков. Жидкость занимает $(1-\alpha(x,t))$-ю часть единичного объёма. Её энергия равна сумме кинетической и потенциальной энергии волны. Пузырьки занимают в нём часть $\alpha(x,t)$, и их энергия равна сумме кинетической энергии присоединённой массы пузырьков и потенциальной энергии газа в пузырьках. Полная энергия единичного объёма среды $E_{\text{tot}}(x,t)$ описывается следующими выражениями [20]:

$$E_{\text{tot}}(x,t)=\frac{\rho_0}{2}(1-\alpha(x,t))\left(u(x,t)^2+c^2\frac{\rho(x,t)^2}{\rho_0^2}\right)+\alpha(x,t)(T_b(x,t)+U_b(x,t)),$$

$$T_b(x,t)=2\pi\rho_0\ R(x,t)^3\left(\frac{dR(x,t)}{dt}\right)^2,$$

$$U_b(x,t)=-\frac{P_0+2\sigma/R_0}{(1-\gamma)}\left(\left(\frac{R(x,t)}{R_0}\right)^{3(\gamma-1)}-1\right)+P_0\left(\left(\frac{R(x,t)}{R_0}\right)^3-1\right)+4\pi\sigma\left(R(x,t)^2-R_0^2\right),$$

$$p(x,t)=\rho(x,t)c^2;$$

$T_b(x,t)$ — кинетическая энергия присоединённой массы пузырьков, $U_b(x,t)$ — потенциальная энергия газа в пузырьках, $u(x,t)$ — скорость жидкости в волне, $\rho(x,t)$ — отклонение плотности жидкости от равновесного значения ρ_0.

Система уравнений (1)–(8) обезразмерена с помощью соотношений

$$\delta R(x,t)=R(x,t)/R_0, \quad \delta p(x,t)=p(x,t)/P_w, \quad \delta\rho(x,t)=\rho(x,t)/\rho_0,$$
$$\delta t=t/(R_0\sqrt{\rho_0/P_w}, \quad \delta x=x/(cR_0\sqrt{\rho_0/P_w}).$$

В качестве жидкости выбрана вода, а газа — воздух. Амплитуда начальных звуковых импульсов в чистой воде $P_w=0,3$ МПа. Равновесное давление в среде $P_0=0,1$ МПа. В начальный момент все пузырьки одинаковые. Радиус $R_0=0,03\cdot10^{-3}$ м; объёмное газосодержание $\alpha_0=10^{-3}$. Физические константы: показатель адиабаты воздуха в пузырьке $\gamma=1,4$; плотность воды $\rho_0=1000$ кг/м; поверхностное натяжение $\sigma=0,074$ Н/м; вязкость воды $\mu=0,001$ Па·с, скорость звука $=1500$ м/с.

Слой воды имеет ширину $H=0.2$ м и включает две области чистой воды шириной 0,01 м около правой и левой границ. Пузырьковый слой шириной $h=0,18$ м расположен между ними.

Временной масштаб определяется временем Рэлея $\tau=R_0\sqrt{\rho_0/P_w}$, равным времени схлопывания пустого пузырька в волне с амплитудой P_w. Пространственный масштаб определяется величиной $c\tau$.

При выбранных параметрах задачи $\tau = 0,17 \cdot 10^{-6}$ с, а пространственный масштаб равен $0,26 \cdot 10^{-3}$ м. В безразмерных величинах расстояние между излучающими плоскостями $\delta H = 182,2$, ширина пузырькового слоя $\delta h = 145,76$, длительность исходного сигнала $\delta T_{\text{pul}} = 22,56$.

Для численного решения волнового уравнения (1) использовалась разностная схема Кранка — Николсона второго порядка точности. Разностное уравнение решалось методом прогонки. Уравнение пульсаций пузырьков (2) решалось методом Рунге — Кутта [21]. Энергия резонансных солитонов и продуктов взаимодействия определялась интегрированием по их объёмам и представлена в размерных величинах.

3. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Встречное столкновение резонансных солитонов в жидкости с пузырьками рассмотрено с помощью пространственных распределений давления и радиусов пузырьков.

Звуковые импульсы из чистой воды, достигнув слоя, частично отражаются от него как от мягкой границы. Из вошедших в пузырьковый слой импульсов, если они имеют достаточную длительность, формируются три типа волновых объектов: звуковые предвестники, резонансные солитоны и расширяющиеся от границы пузырькового слоя зоны возбуждения [15, 16]. Если импульс короче, чем период пульсаций пузырька, то в слое формируется только звуковой предвестник в виде волнового пакета и зона возбуждения.

Фронт предвестника движется со скоростью звука в чистой жидкости, затем следует резонансный солитон и фронт зоны возбуждения. Размеры звукового предвестника и зоны возбуждения изменяются при распространении в пузырьковой среде. Резонансный солитон формируется непосредственно около границы на расстоянии, равном своему размеру. При движении по однородной пузырьковой среде он не меняется.

Вариацией значения коэффициента b определена оптимальная длительность начального импульса $P_w \exp(-bt^2)t^2$, равная $16,5 \cdot 10^{-6}$ с. В этом случае энергия звукового предвестника и зоны возбуждения пузырьковой среды около границы минимальны. Из начального импульса формируется один резонансный солитон. Разность скоростей составляющих позволила подобрать ширину пузырькового слоя, чтобы резонансные солитоны сталкивались в невозмущённой среде и все продукты взаимодействия после столкновения находились в слабо возмущённой области.

На рис. 2 показана начальная фаза формирования волновой структуры. На этом и всех остальных графиках стрелками обозначено направление движения. Из чистой жидкости к слою двигались два одинаковых импульса с энергиями $E_{\text{in}} = 0,286$ Дж. Отражение произошло, как от мягкой границы, и отражённые волны с отрицательными амплитудами полностью сформировались. Энергия отражённых волн $E_{\text{ref}} = 0,072$ Дж, что составляет 0,25 от величины энергии начальных импульсов E_{in}. Энергия вошедших в слой импульсов $E_{\text{inc}} = 0,212$ Дж.

Структуры около двух границ одинаковые и представляют в текущий момент суперпозицию резонансного солитона, звукового предвестника и зоны возбуждения. Затем компоненты разделяются в пространстве из-за разницы скоростей и формируется три отдельных объекта с каждой внутренней стороны слоя (рис. 3).

Звуковой предвестник, обладая самой высокой скоростью распространения, первым уходит из приграничной области внутрь пузырькового слоя. Благодаря подбору длительности начального импульса, энергия предвестника имеет очень малую величину $E_p = 0,102 \cdot 10^{-7}$ Дж. При выбранном масштабе построения предвестник на графике не виден. В волновой составляющей поля давления содержится энергия $E_{pv} = 0,0535 \cdot 10^{-7}$ Дж, а в пузырьковой составляющей энергии меньше: $E_{pb} = 0,0402 \cdot 10^{-7}$ Дж.

Резонансный солитон содержит основную энергию $E_s = 0,195$ Дж. В волновой составляющей солитона энергия равна $E_{sv} = 0,109$ Дж, а в пузырьковой $E_{sb} = 0,086$ Дж.

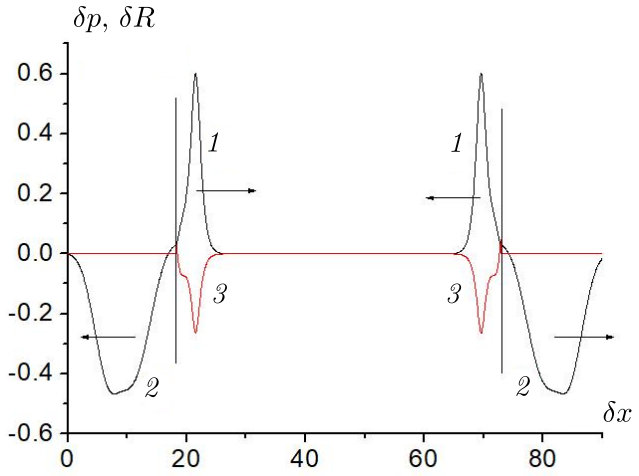

Рис. 2. Начальная фаза формирования резонансных солитонов:
1 — суперпозиция резонансного солитона, звукового предвестника и зоны возбуждения,
2 — отражённый от слоя импульс, *3* — изменение радиусов

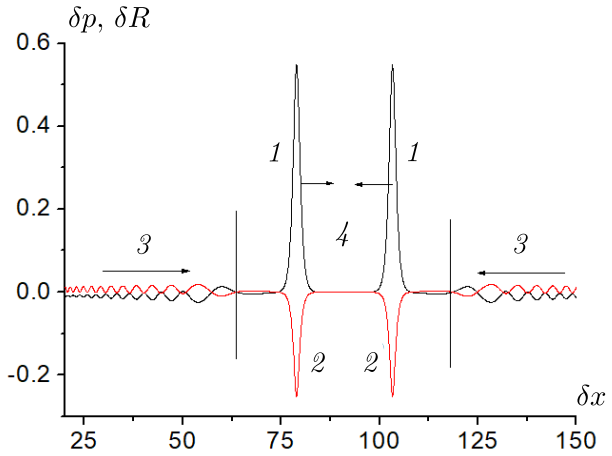

Рис. 3. Пространственное распределение давления и размеров радиусов пузырьков перед столкновением резонансных солитонов: *1* — резонансные солитоны, *2* — радиусы пузырьков, *3* — зона возбуждения, *4* — слабо возмущённая зона; вертикальные линии обозначают положение фронта зоны возбуждения

В резонансном солитоне и в звуковом предвестнике в волновой оставляющей энергии всегда больше, чем в пузырьковой, но в солитоне относительная доля энергии в пузырьковой составляющей больше, чем в предвестнике. Изменение давления и радиуса в этих волновых образованиях происходят синфазно, и увеличению давления в волне соответствует сжатие пузырька и наоборот.

Пузырьковый слой между солитонами возбуждают звуковые предвестники. Их общая энергия равна $0,204 \cdot 10^{-7}$ Дж. Это на семь порядков меньше энергии резонансных солитонов. Поэтому область между ними можно считать невозбуждённой.

Волновые структуры от границ пузырькового слоя до её фронтов, движущиеся за солитонами, представляют собой зоны возбуждения пузырьковой среды (рис. 3 и 4). Изменение давления в волне и пульсации пузырьков в отличие от звукового предвестника и резонансного солитона происходят в противофазе. В зоне возбуждения изменяется соотношение между волновой и пузырьковой составляющими энергии. В волновой составляющей содержится меньше энергии, чем в пузырьковой. Полная энергия зоны возбуждения $E_z = 0,0042$ Дж. В пузырько-

вой составляющей энергия $E_{zb} = 0,003$ Дж, а в волновой $E_{zb} = 0,0014$ Дж. Зона возбуждения является областью, излучающей звуковую волну.

Скорость движения фронта зоны возбуждения составляет 0,72 от величины скорости резонансного солитона. Поэтому между фронтами зон возбуждения формируется достаточная по размеру область почти невозбуждённого пузырькового слоя, необходимая для анализа результатов взаимодействия солитонов. Амплитуда солитонов до столкновения равна $0,58\,P_w$. Минимальное значение радиуса при максимальном давлении в резонансном солитоне и равно $0,84\,R_0$. Энергия каждого солитона до взаимодействия $E_s = 0,195$ Дж.

На рис. 4 представлена структура поля давления и распределение радиусов пузырьков при слиянии солитонов. Полная энергия этого образования равна сумме энергий в двух резонансных солитонах до столкновения и составляет 0,39 Дж. Амплитуда при слиянии возрастает до величины 1,77, что в три раза больше амплитуд солитонов до столкновения. Радиус при максимальном сжатии равен $0,62\,R_0$, а объёмное газосодержание уменьшается в пять раз. В решениях уравнения КдВ амплитуда только удваивается. При слиянии возникает ещё один эффект. Изменяется соотношение между волновой и пузырьковой составляющими полной энергии. В этот момент энергия в волновой компоненте $E_s = 0,11$ Дж, а в пузырьковой $E_b = 0,24$ Дж. В пузырьках накапливается энергии в 2,07 раза больше, чем в волне.

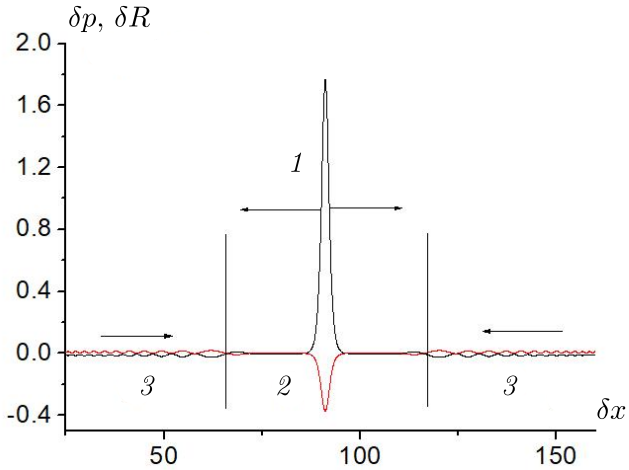

Рис. 4. Момент полного слияния резонансных солитонов:
1 — фаза полного слияния, *2* — изменение радиусов пузырьков, *3* — возбуждённая зона;
вертикальные линии обозначают положение фронта зоны возбуждения

На рис. 5 представлена структура поля давления и распределение радиусов пузырьков после взаимодействия, когда расстояние между солитонами равно их пространственному размеру в основании. В результате взаимодействия рождаются два дополнительных объекта. Первый — это звуковые предвестники, которые излучаются из области взаимодействия в обе стороны. Второй — возбуждённая зона между ними. Два солитона при удалении друг от друга совершают колебания как единая система. Это говорит об их связанности после слияния и наличии сильного взаимодействия между ними на этом расстоянии.

Пространство между солитонами можно представить как динамический резонатор с подвижными границами. Этими границами являются расходящиеся солитоны. Сила взаимодействия ослабевает с расстоянием и становится незаметной, когда солитоны расходятся на 10 своих пространственных размеров. На рис. 6 расстояние между ними равно шести собственным размерам и взаимодействие ещё сильное. Амплитуды резонансных солитонов уменьшаются до значения $0,44\,P_w$, что соответствует уменьшению до величины 0,76 от значения амплитуд до взаимодействия. Минимальный размер радиуса внутри резонансного солитона увеличивается до $0,89\,R_0$, а энергия солитона уменьшается до величины $E_s = 0,17$ Дж.

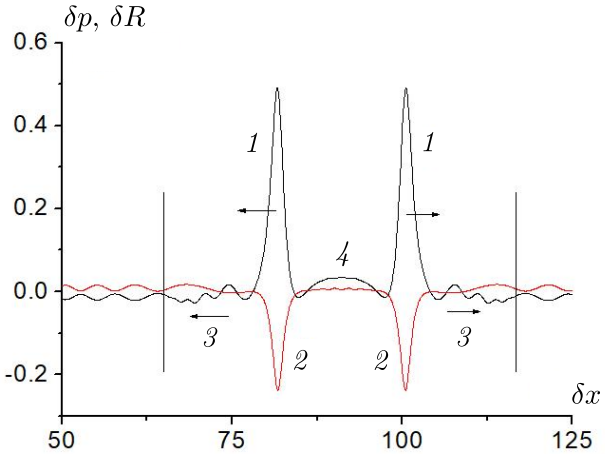

Рис. 5. Пространственное распределение давления и размеров радиусов пузырьков после столкновения резонансных солитонов:
1 — резонансный солитон, *2* — изменение радиусов пузырьков,
3 — звуковой предвестник, излучённый при взаимодействии солитонов,
4 — зона возбуждения между солитонами;
вертикальные линии обозначают положение фронта излучённого предвестника

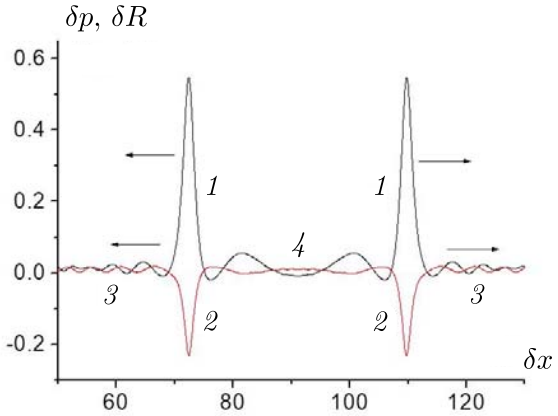

Рис. 6. Пространственное распределение давления и радиусов пузырьков на большом расстоянии после столкновения:
1 — резонансный солитон, *2* — изменение радиусов пузырьков,
3 — звуковой предвестник, *4* — зона возбуждения между солитонами

После столкновения резонансные солитоны не восстанавливаются до параметров перед столкновением.

Область возбуждения между солитонами на рис. 6 представляет собой квазистационарную зону осцилляций пузырьковой среды. Её время жизни много больше времени взаимодействия солитонов. Эта область продолжает излучать звуковую волну после ухода из неё резонансных солитонов. Перечисленные эффекты показывают, что взаимодействие резонансных солитонов большой интенсивности в жидкости с пузырьками является неупругим.

Из невозмущённой области резонансные солитоны попадают в первичные зоны возбуждения пузырькового слоя. Взаимодействуя с ними, они продолжают излучать и доходят до границы пузырьковой среды с энергией $E_s = 0,166$ Дж и амплитудой, равной $0,38\,P_w$.

Безразмерные частоты пульсаций давления и пузырька в центре симметрии столкновения совпадают и равны $\delta f = 0,33$. Частота свободных пульсаций пузырьков в пузырько-

вом слое описывается формулой $f_{\text{res}} = 1/(2\pi R_0)\sqrt{3\gamma P_0/\rho_0}$. В безразмерном виде она равна $\delta f_{\text{res}} = 0,08$. Частота пульсаций пузырьков в сформировавшейся между резонансными солитонами зоне возбуждения в 4,14 больше, чем свободных пульсаций в давлении P_0.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Исследование показало, что при встречном столкновении резонансных солитонов большой амплитуды в жидкости с пузырьками газа взаимодействие носит неупругий характер.

Амплитуда при полном слиянии в три раза превышает начальные значения амплитуд резонансных солитонов. Взаимодействие сопровождается излучением интенсивных звуковых предвестников, амплитуда которых составляет около 0,05 от величины амплитуды солитонов до столкновения.

Резонансные солитоны сильно взаимодействуют между собой за счёт возникновения между ними интенсивной зоны возбуждения. Она действует как пружина, связывающая солитоны в единую осциллирующую систему. Взаимодействие сохраняется до расстояний 8–10 собственных размеров резонансных солитонов. После ухода солитонов из области взаимодействия в ней остаётся квазистационарная зона связанных пульсаций пузырьков. Её время жизни значительно больше времени взаимодействия солитонов. Частота пульсаций давления и пузырька в центральной точке столкновения в четыре раза выше собственных свободных пульсаций пузырька в нормальных условиях.

Столкновение резонансных солитонов большой интенсивности в жидкости с пузырьками отличается от столкновения солитонов, описываемых уравнениями со слабыми дисперсией и нелинейностью, и по свойствам, и по количественным параметрам.

Для количественного определения характеристик солитонов в средах с аналогичными дисперсионными свойствами необходимо формулировать модели, которые максимально точно описывают изменение полей и реакцию на них элементов микроструктуры.

Для экспериментальных исследований описанных процессов нужна небольшая по размеру установка.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Захаров В.Е., Манаков С.В., Новиков С.П., Питаевский Л.П.* Теория солитонов. Метод обратной задачи. М.: Наука, 1980.
2. *Zakharov V.E.* Kinetic equation for solitons // Experiment. Theor. Phys. 1971. V. 33, N 6. P. 538–541.
3. *Didenkulova E.G., Kokorina A.V., Slyunyaev A.V.* Numerical modeling of a gas of solitons in the framework of equations of the Korteweg-de Vries type // Comput. Technologies. 2019. V. 24, N 2. P. 52–66.
4. *McCall S.L., Hahn E.L.* Self-induced transparency by pulsed coherent light // Phys. Rev. Lett. 1967. V. 18. P. 908–911.
5. *Haus H.A., Wong W.S.* Solitons in optical communications // Rev. Modern Phys. 1996. N 2. P. 423–444.
6. *Buryaka A.V., Di Trapanib P., Skryabinc D.V., Trillod S.* Optical solitons due to quadratic nonlinearities: from basic physics to futuristic applications // Phys. Rep. 2002. N 370. P. 63–235.
7. *Слепов Н.Н.* Солитонные сети // Сети. 1999. № 3. С. 90–96.
8. *Zabusky N.J., Kruskal M.D.* Interaction of «solitons» in a collisionless plasma and the recurrence of initial states // Phys. Rev. Lett. 1965. V. 15, N 6. P. 240–243.
9. *Пластун А.С., Конюхов А.И., Мельников Л.А., Зарьков С.А.* Неупругие взаимодействия оптических солитонов в рамках модели нелинейного уравнения Шрёдингера с переменными коэффициентами // Изв. Саратов. ун-та. Нов. сер. Сер. Физика. 2016. Т. 16, № 2. С. 81–86.
10. *Malykh N.V., Ogorodnikov I.A.* Structure of pressure pulses in liquids with gas bubbles // J. Phys. Colloques. 1979. V. 40. P. 300–305.
11. *Nakoryakov V.E., Pokusaev B.G., Shreiber I.R.* Wave Dynamics of Gas and Vapor-Liquid Media. M.: Energoatomizdat, 1990.

12. *Leroy V., Strybulevych A., Scanlon M.G., Page J.H.* Transmission of ultrasound through a single layer of bubbles // Eur. Phys. J. 2009. V. 29. P. 123–130.

13. *Дружинин Г.А., Остроумов Г.А., Токман А.С.* Нелинейное отражение ударных волн и ударные кривые жидкостей с пузырьками газа // Тр. Международ. конф. «Нелинейные волны деформации». Таллин, изд. Ин-та кибернетики, 1978. С. 66–69.

14. *Островский Г.Н.* Прикладная механика неоднородных сред. СПб.: Наука, 2000.

15. *Ogorodnikov I.A.* Resonance formation of solitary waves in a medium with structure. Novosibirsk, 1983. (Preprint/Institute of Thermal Physics SB USSR).

16. *Borodulin V.Yu. Ogorodnikov I.A.* Microscopic model of the dynamics of a heterogeneous medium. Interaction of acoustic waves with bubble layers // Fundament. Appl. Hydrophys. 2016. V. 9, N 2. P. 62–72.

17. *Бородулин В.Ю., Огородников И.А.* Дисперсионные свойства звуковых волн в жидкости с пузырьками газа // Всерос. конф. XXXI «Сибирский теплофизический семинар», 17–19 ноября 2014: Сб. трудов конф. Новосибирск, 2014. С. 197–202.

18. *Ogorodnikov I. A.* Resonant solitons in a polydisperse bubble medium // J. Phys. Conf. Ser. 2018. V. 1105. Article 012088.

19. *Akulichev V.A., Bulanov V.A.* The bubble distribution and acoustic characteristics of the subsurface sea layer // Proc. Mtgs. Acoust. 2015. V. 24. Article 45003.

20. *Borodulin V.Yu., Ogorodnikov I.A.* Energy characteristics of a radiating thin layer of bubbles in a liquid // J. Phys. Conf. Ser. 2019. V. 1382. Article 012074.

21. *Годунов С.К., Рябенький В.С.* Разностные схемы. М.: Наука. 1977.

SIBERIAN JOURNAL OF INDUSTRIAL MATHEMATICS

UDC 532.663:536.658

INELASTIC COLLISION OF RESONANT SOLITONS IN A BUBBLE MEDIUM

© 2023 I. A. Ogorodnikov

Kutateladze Institute of Thermophysics SB RAS,
pr. Akad. Lavrentyeva 1, Novosibirsk 630090, Russia

E-mail: igoro47@yandex.ru

Received 25.09.2022, revised 28.12.2022, accepted 12.01.2023

Abstract. Collision of high-amplitude resonant solitons in a liquid with gas bubbles in the opposite motion is studied. The interaction has an inelastic character. The amplitude of the state of full merging is three times the initial. Two intense sonic precursors are emitted during the interaction. After the solitons leave the interaction region, a space-limited zone of coupled bubble pulsations arises in it. These processes, reduce the energy of solitons, and they are not restored to their original state.

Keywords: liquid with bubbles, resonant solitons of high intensity, inelastic interaction, emission of sound precursors.

DOI: 10.33048/SIBJIM.2023.26.208

REFERENCES

1. Zakharov V.E., Manakov S.V., Novikov S.P., Pitaevskii L.P. Teoriya solitonov. Metod obratnoi zadachi [The theory of solitons. The method of the inverse problem.]. Moscow: Nauka, 1980 (in Russian).
2. Zakharov V.E. Kinetic equation for solitons. *Experiment. Theor. Phys.*, 1971, Vol. 33, No. 6, pp. 538–541.
3. Didenkulova E.G., Kokorina A.V., Slyunyaev A.V. Numerical modeling of a gas of solitons in the framework of equations of the Korteweg-de Vries type. *Comput. Technologies*, 2019, Vol. 24, No. 2, pp. 52–66.
4. McCall S.L., Hahn E.L. Self-induced transparency by pulsed coherent light. *Phys. Rev. Lett.*, 1967, Vol. 18, pp. 908–911.
5. Haus H.A., Wong W.S. Solitons in optical communications. *Rev. Modern Phys.*, 1996, No. 2, pp. 423–444.
6. Buryaka A.V., Di Trapanib P., Skryabinc D.V., Trillod S. Optical solitons due to quadratic nonlinearities: from basic physics to futuristic applications. *Phys. Rep.*, 2002, No. 370, pp. 63–235.
7. Slepov N.N. Solitonnye seti [Soliton networks]. *Seti* [Networks], 1999, No. 3, pp. 90–96 (in Russian).
8. Zabusky N.J., Kruskal M.D. Interaction of «solitons» in a collisionless plasma and the recurrence of initial states. *Phys. Rev. Lett.*, 1965, Vol. 15, No. 6, pp. 240–243.
9. Plastun A.S., Konyukhov A.I., Melnikov L.A., Zarkov S.A. Neuprugie vzaimodeistviya opticheskikh solitonov v ramkakh modeli nelineinogo uravneniya Shrëdingera s peremennymi koeffitsientami [Inelastic interactions of optical solitons in the framework of the model of the nonlinear Schrodinger equation with variable coefficients]. *Izv. Sarat. Univ. New ser. Ser. Phys.*, 2016, Vol. 16, No. 2, pp. 81–86 (in Russian).
10. Malykh N.V., Ogorodnikov I.A. Structure of pressure pulses in liquids with gas bubbles. *J. Phys. Colloques*, 1979, Vol. 40, pp. 300–305.
11. Nakoryakov V.E., Pokusaev B.G., Shreiber I.R. Wave Dynamics of Gas and Vapor-Liquid Media. Moscow: Energoatomizdat, 1990.

English translation is published in Journal of Applied and Industrial Mathematics, 2023, Vol. 17, No. 2.

12. Leroy V., Strybulevych A., Scanlon M.G., Page J.H. Transmission of ultrasound through a single layer of bubbles. *Eur. Phys. J.*, 2009, Vol. 29, pp. 123–130.

13. Druzhinin G.A., Ostroumov G.A., Tokman A.S. Nelineinoe otrazhenie udarnykh voln i udarnye krivye zhidkostei s puzyr'kami gaza [Nonlinear reflection of shock waves and shock curves of liquids with gas bubbles]. Proc. Internat. conf. *Nonlinear deformation waves*, Tallin, izd. In-ta Kibernetiki, 1978, pp. 66–69 (in Russian).

14. Ostrovskii G.N. Prikladnaya mekhanika neodnorodnykh sred [Applied mechanics of inhomogeneous media]. St. Petersburg: Nauka, 2000 (in Russian).

15. Ogorodnikov I.A. Resonance formation of solitary waves in a medium with structure. Novosibirsk, 1983. (Preprint/Institute of Thermal Physics SB USSR).

16. Borodulin V.Yu. Ogorodnikov I.A. Microscopic model of the dynamics of a heterogeneous medium. Interaction of acoustic waves with bubble layers. *Fundament. Appl. Hydrophys.*, 2016, Vol. 9, No. 2, pp. 62–72.

17. Borodulin V.Yu., Ogorodnikov I.A. Dispersionnye svoistva zvukovykh voln v zhidkosti s puzyr'kami gaza [Dispersion properties of sound waves in liquid with gas bubbles]. Vseros. konf. XXXI *Sibirskii teplofizicheskii seminar*, 17–19 November 2014. Sb. trudov konf. Novosibirsk, 2014, pp. 197–202 (in Russian).

18. Ogorodnikov I. A. Resonant solitons in a polydisperse bubble medium. *J. Phys. Conf. Ser.*, 2018, Vol. 1105, article 012088.

19. Akulichev V.A., Bulanov V.A. The bubble distribution and acoustic characteristics of the subsurface sea layer. *Proc. Mtgs. Acoust.*, 2015, Vol. 24, article 45003.

20. Borodulin V.Yu., Ogorodnikov I.A. Energy characteristics of a radiating thin layer of bubbles in a liquid. *J. Phys. Conf. Ser.*, 2019, Vol. 1382, article 012074.

21. Godunov S.K., Ryaben'kii V.S. Raznostnye skhemy [Difference schemes.]. Moscow: Nauka, 1977 (in Russian).