УДК 550.832

# ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СИГНАЛОВ ИНДУКЦИОННОГО КАРОТАЖА В СЛОИСТЫХ АНИЗОТРОПНЫХ НЕФТЕГАЗОВЫХ КОЛЛЕКТОРАХ

# © 2024 М. И. Эпов<sup>1*a*</sup>, Э. П. Шурина<sup>2*b*</sup>, Д. А. Архипов<sup>1*c*</sup>, Д. В. Добролюбова<sup>1*d*</sup>, Н. В. Штабель<sup>1*e*</sup>, Е. И. Штанько<sup>1*f*</sup>

<sup>1</sup>Институт нефтегазовой геологии и геофизики им. А. А. Трофимука СО РАН, просп. Акад. Коптюга, 3, г. Новосибирск 630090, Россия, <sup>2</sup>Новосибирский государственный технический университет, просп. Карла Маркса, 20, г. Новосибирск 630073, Россия

E-mails: <sup>a</sup>epovmi@mail.ru, <sup>b</sup>shurina@online.sinor.ru, <sup>c</sup>arhipovda@ipgg.sbras.ru, <sup>d</sup>dobrolubovadv@ipgg.sbras.ru, <sup>e</sup>orlovskayanv@ipgg.sbras.ru, <sup>f</sup>mihaylovaei@ipgg.sbras.ru

Поступила в редакцию 26.04.2024 г.; после доработки 26.04.2024 г.; принята к публикации 06.11.2024 г.

В работе выполнено численное моделирование сигналов индукционного каротажа в необсаженной скважине векторным методом конечных элементов. Электромагнитное поле в проводящей среде возбуждается катушкой с переменным током при перемещении всего зонда вдоль ствола скважины. Измеряется наведённая в двух приёмных катушках ЭДС. Исследуется зависимость наведённых ЭДС от электропроводности продуктивных пластов. Удельная электропроводность пород-коллекторов нефти описывается либо диагональным тензором с преобладанием диагональных элементов  $\sigma_{xx}$  и  $\sigma_{yy}$ , либо как плотный тензор, полученный из диагонального путём его поворота на заданный зенитный угол. Численное моделирование выполняется векторным методом конечных элементов на тетраэдральном согласованном адаптивном разбиении, учитывающем конструкцию трёхкатушечного зонда, вертикальную скважину и слоисто-анизотропную внешнюю среду. Удельная электропроводность пластов вводится в вариационную постановку как тензор второго ранга, который описывает их анизотропию. По измеренной в приёмных-катушках ЭДС для различных положений зонда построены зависимости кажущейся электропроводности от глубины. Проанализирована чувствительность сигналов индукционного каротажа к параметрам анизотропии удельной электропроводности в нефтегазоносном коллекторе.

Ключевые слова: система уравнений Максвелла, анизотропия, векторный метод конечных элементов, кажущаяся удельная электропроводность.

DOI: 10.33048/SIBJIM.2024.27.412

# введение

Трёхмерное численное моделирование на основе векторного метода конечных элементов является широко известным инструментом для решения прямых задач электромагнетизма в расчётных областях со сложной внутренней геометрией и контрастными электрофизическими свойствами. Система уравнений Максвелла лежит в основе математических моделей для индукционного каротажа (ИК) [1–4] (уравнение Гельмгольца с комплексозначным квадратом волнового числа). ИК в скважинах обычно применяют для выделения нефтегазоносных и водонасыщенных пластов [4].

Методы прямого численного моделирования широко применяются в геоэлектромагнетизме для теоретической верификации данных измерений и проверки гипотез, а также как один из этапов инверсии при интерпретации измеренных сигналов, полученных электромагнитными методами. При инверсии наиболее важным является точность и скорость решения прямой задачи. В геофизических приложениях для решения задач геоэлектромагнетизма обычно применяются конечно-разностные [5,6] или конечно-элементные реализации [7,8], с присущими им преимуществами и недостатками. Для инверсии обычно используются решения прямых задач в одномерных или двумерных моделях в классе слоистых сред [9–12]. Моделирование с помощью интегральных уравнений и разностных схем в трёхмерном пространстве с наклонной скважиной и сложным распределением электрофизических свойств в толще пласта показано в [13, 14]. Аналитический подход к инверсии данных индукционного каротажа приведён в [15, 16].

В ряде случаев исследователи сталкиваются с задачей описания и учёта анизотропнокомплексной удельной электропроводности (УЭП) горных пород [8,13–15,17]. К ним относятся трещиноватые карбонатные коллекторы [8] и песчано-глинистые отложения [17]. В работе [8] приведены результаты инверсии данных каротажа и восстанавливаются значения диагональных элементов тензора УЭП, а также зенитный угол наклона его главных осей. В [18] показано влияние анизотропного наклонного пласта на наведённые в измерительной системе сигналы при выполнении расчётов скалярным методом конечных элементов относительно неизвестных компонент магнитного поля при возбуждении его магнитным дипольным источником.

В работе моделируются диаграммы ИК для трёхкатушечного зонда в необсаженной вертикальной скважине, вскрывшей контрастный по УЭП пласт-коллектор с выраженной анизотропией. Изучено влияние УЭП продуктивного пласта на наведённые в приёмных катушках зонда ЭДС. Реализовано решение прямой задачи ИК векторным методом конечных элементов на тетраэдральном согласованном разбиении на характерной частоте (70 кГц) в естественных переменных электромагнитного поля. Предлагаемый в работе алгоритм моделирования напряжённости электрического поля **E** позволяет учесть конечные размеры трёхкатушечного зонда и анизотропию УЭП отдельных пластов в области моделирования.

## 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Электрическое поле, возбуждаемое в ИК, подчиняется уравнению Гельмгольца

$$\nabla \times \mu^{-1} \nabla \times \mathbf{E} + k^2 \mathbf{E} = -i\omega \mathbf{J},\tag{1}$$

где **Е** — комплексная векторная величина напряжённости электрического поля [B/м],  $\mu = \mu_r \mu_0$  — магнитная проницаемость среды [Гн/м],  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  [Гн/м],  $\mu_r$  — относительная магнитная проницаемость,  $\varepsilon = \varepsilon_r \varepsilon_0$  — диэлектрическая проницаемость среды [Ф/м],  $\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$  [Ф/м],  $\varepsilon_r$  — относительная диэлектрическая проницаемость,  $\hat{\sigma}$  — тензор удельной электропроводности среды [См/м],  $k^2 = i\omega\hat{\sigma} - \omega^2\varepsilon$ , f — частота источника [Гц],  $\omega = 2\pi f$  циклическая частота [Гц], **J** — плотность тока в источнике [А/м<sup>2</sup>],  $\Omega$  — трёхмерная расчётная область [м<sup>3</sup>] с внешней границей  $\partial\Omega$  [м<sup>2</sup>] (рис. 1).

На границах расчётной области заданы однородные электрические краевые условия, соответствующие условиям «большого бака»

$$\mathbf{n} \times \mathbf{E} \mid_{\partial \Omega} = 0, \tag{2}$$

где  $\mathbf{n}$  — внешняя единичная нормаль к границе  $\partial \Omega$ .

## 2. ВАРИАЦИОННАЯ ФОРМУЛИРОВКА

В работе приведены результаты вычисления наведённых в приёмных катушках ЭДС при перемещении трёхкатушечного зонда вдоль ствола скважины. Для этого последовательно решается серия прямых задач (1)–(2) с вариацией внутренних размеров области Ω в соответствии с изменением положения зонда. Численное решение реализуется векторным методом конечных элементов [19]. Для построения вариационной формулировки необходимо ввести гильбертово пространство векторных комплекснозначных функций

$$H_0(rot,\Omega) = \{ \mathbf{u} \in \mathbf{L}^2(\Omega) : \nabla \times \mathbf{u} \in \mathbf{L}^2(\Omega), \mathbf{n} \times \mathbf{u} \mid_{\partial\Omega} = 0 \},$$
(3)

где  $\mathbf{L}^2(\Omega)$  — гильбертово пространство векторных функций, интегрируемых с квадратом.

В пространстве (3) вводятся норма и скалярное произведение, имеющие соответственно вид

$$||\mathbf{u}||^{2} = \int_{\Omega} \mathbf{u} \cdot \mathbf{u}^{*} d\Omega + \int_{\Omega} \nabla \times \mathbf{u} \cdot \nabla \times \mathbf{u}^{*} d\Omega,$$
$$(\mathbf{u}, \mathbf{v}) = \int_{\Omega} \mathbf{u} \cdot \mathbf{v}^{*} d\Omega + \int_{\Omega} \nabla \times \mathbf{u} \cdot \nabla \times \mathbf{v}^{*} d\Omega.$$

Тогда вариационная формулировка записывается следующим образом [19]: для  $\mathbf{J} \in \mathbf{L}^2(\Omega)$ найти  $\mathbf{E} \in H_0(rot, \Omega)$  такое, что  $\forall \mathbf{v} \in H_0(rot, \Omega)$  выполняется

$$\int_{\Omega} \mu^{-1} \nabla \times \mathbf{E} \cdot \nabla \times \mathbf{v} d\Omega + \int_{\Omega} k^2 \mathbf{E} \cdot \mathbf{v} d\Omega = -i\omega \int_{\Omega} \mathbf{J} \cdot \mathbf{v} d\Omega.$$
(4)

Плотность тока  $\mathbf{J}$  вычисляется по формуле

$$\mathbf{J} = rac{I}{S} \cdot \boldsymbol{ au}_{s}$$

где I — сила тока в источнике [A], S — площадь сечения контура петли [м<sup>2</sup>],  $\tau$  — единичный вектор направления течения тока в источнике. Вычисляя интеграл в правой части (4) по объёму источника получим

$$\int_{\Omega} \mu^{-1} \nabla \times \mathbf{E} \cdot \nabla \times \mathbf{v} d\Omega + \int_{\Omega} k^2 \mathbf{E} \cdot \mathbf{v} d\Omega = -i\omega \int_{L} I \boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{v} dL,$$

где *L* — контур генераторной петли.

# 3. ДИСКРЕТНАЯ ВАРИАЦИОННАЯ ФОРМУЛИРОВКА

Для расчётной области  $\Omega$  строится согласованное сеточное тетраэдральное разбиение  $T_h$ , учитывающее зонд с генераторной и приёмными катушками, скважину и слоистую структуру геологической среды. Вводится конечномерное подпространство  $H_0^h(rot, \Omega) \subset H_0(rot, \Omega)$ . Дискретная вариационная формулировка принимает следующий вид: для  $\mathbf{J} \in \mathbf{L}^2(\Omega)$  найти  $\mathbf{E}^h \in H_0^h(rot, \Omega)$  такое, что  $\forall \mathbf{v}^h \in H_0^h(rot, \Omega)$  выполняется

$$\int_{\Omega} \mu^{-1} \nabla \times \mathbf{E}^{h} \cdot \nabla \times \mathbf{v}^{h} d\Omega + \int_{\Omega} k^{2} \mathbf{E}^{h} \cdot \mathbf{v}^{h} d\Omega = -i\omega \int_{L} I \boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{v}^{h} dL.$$
(5)

В качестве базисных функций вводится полный векторный базис Вебба первого порядка [20]. Для обеспечения выполнения условия непрерывности при аппроксимации тока в катушке зонда используются базисные функции Вебба первого неполного порядка. Анизотропия среды описывается тензором удельной электропроводности  $\hat{\sigma}$  и учитывается на уровне дискретной вариационной постановки (5) в соответствии с предложенным и реализованным в [7] алгоритмом.

В общем случае тензор удельной электропроводности имеет вид

$$\widehat{\sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{pmatrix}$$

и является симметричным положительно-определённым тензором, все элементы которого больше либо равны 0.

# 4. ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ

Расчётная область  $\Omega = \Omega_1 \cup \Omega_2 \cup \Omega_3 \cup \Omega_4 = [6 \text{ м} \times 6 \text{ м} \times 6 \text{ м}]$ . Здесь  $\Omega_1$  — вмещающая среда;  $\Omega_2$  — необсаженная скважина диаметром 0.216 м, заполненная буровым раствором;  $\Omega_3$  — продуктивный пласт-коллектор, глубина залегания которого от 1.3 до 1.8 м (рис. 1(а));  $\Omega_4$  — корпус зонда. Генераторная катушка обозначена S, её диаметр — 0.1 м; приёмные катушки —  $R_1$  и  $R_2$ , диаметр приёмных катушек — 0.1 м. Генераторная и приёмные катушки соосные, их центры находятся на оси скважины. Приёмник  $R_1$  расположен в 1 м от генераторной катушки S и состоит из  $n_1=20$  витков,  $R_2$  — в 0.8 м от генераторной катушки S и состоит из  $n_2 = 10$  витков (рис. 1(b)). Основные электрофизические характеристики отдельных подобластей расчётной области приведены в таблице 1. Частота возбуждения поля f = 70 кГц. Сила тока 1 А.



Рис. 1. (а) расчётная область: 1 — вмещающая среда  $\Omega_1$ , 2 — необсаженная скважина  $\Omega_2$ , 3 - пласт  $\Omega_3$ , 4 — зонд; (b) трёхкатушечный зонд: 5 — генераторная катушка S, 6 — вторая приёмная катушка  $R_2$ , 7 — первая приёмная катушка  $R_1$ , 8 — 0.8 м, 9 — 1.0 м

Таблица 1

Электрофизические характеристики среды

Область	$\varepsilon_r$	$\mu_r$	$\sigma$ [См/м]
Буровой раствор	1	1	0.5
Вмещающая среда	1	1	0.1
Корпус зонда	1	1	$10^{-6}$
Продуктивный пласт	1	1	См. таблицу 2

Вариации тензорной удельной электропроводности  $\hat{\sigma}$  продуктивного пласта  $\Omega_3$  приведены в таблице 2.

Рассмотрены три различных исходных диагональных тензора: 1) диагональные элементы  $\sigma_{xx} = \sigma_{yy}$  в 10 раз превосходят  $\sigma_{zz}$ ; 2) $\sigma_{xx} = \sigma_{yy}$  в 20 раз превосходят  $\sigma_{zz}$ ; 3)  $\sigma_{xx} = \sigma_{yy}$  в 5 раз превосходят  $\sigma_{zz}$ . Приведённые диагональные тензоры поворачиваются на зенитный угол  $\Theta$  в 30°, 45° и 60° относительно оси OX.

ЭДС в приёмниках  $R_1$  и  $R_2$  вычисляется в соответствии со следующей формулой:

$$\xi^{(j)} = n_j \cdot \oint_{R_j} \mathbf{E} \cdot dl, \quad j = 1, 2.$$
(6)

# Таблица 2

N⁰	$\widehat{\sigma}[\mathrm{Cm}/\mathrm{m}]$	Зенитный угол $\Theta$ , °	$\widehat{\sigma}[\mathrm{Cm/m}]$
$ \begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$		$30^{\circ}$	$\begin{pmatrix} 0.20 & 0 & 0 \\ 0 & 0.15 & 0.082 \\ 0 & 0.082 & 0.057 \end{pmatrix}$
	$45^{\circ}$	$ \begin{pmatrix} 0.20 & 0 & 0 \\ 0 & 0.105 & 0.095 \\ 0 & 0.095 & 0.105 \end{pmatrix} $	
	$60^{\circ}$	$\begin{pmatrix} 0.20 & 0 & 0 \\ 0 & 0.57 & 0.082 \\ 0 & 0.082 & 0.152 \end{pmatrix}$	
$ \begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$		$30^{\circ}$	$\begin{pmatrix} 0.10 & 0 & 0 \\ 0 & 0.077 & 0.039 \\ 0 & 0.039 & 0.032 \end{pmatrix}$
	$45^{\circ}$	$ \left(\begin{array}{cccc} 0.10 & 0 & 0\\ 0 & 0.055 & 0.045\\ 0 & 0.045 & 0.055 \end{array}\right) $	
	$60^{\circ}$	$ \begin{pmatrix} 0.10 & 0 & 0 \\ 0 & 0.032 & 0.039 \\ 0 & 0.039 & 0.077 \end{pmatrix} $	
$3 \begin{pmatrix} 0.05 & 0 & 0 \\ 0 & 0.05 & 0 \\ 0 & 0 & 0.01 \end{pmatrix}$	$30^{\circ}$	$ \left(\begin{array}{cccc} 0.05 & 0 & 0\\ 0 & 0.04 & 0.017\\ 0 & 0.017 & 0.02 \end{array}\right) $	
	$45^{\circ}$	$\begin{pmatrix} 0.05 & 0 & 0 \\ 0 & 0.03 & 0.02 \\ 0 & 0.02 & 0.03 \end{pmatrix}$	
		$60^{\circ}$	$\begin{pmatrix} 0.05 & 0 & 0 \\ 0 & 0.02 & 0.017 \\ 0 & 0.017 & 0.04 \end{pmatrix}$

Удельная электропроводность  $\hat{\sigma}$  в зависимости от зенитного угла  $\Theta$ 

Кажущаяся удельная электропроводность  $\tilde{\sigma}$  определяется двумя методами: приближенно — по отношению разностей ЭДС в приёмных катушках (7), и более точно — через решение обратной задачи (8) относительно кажущейся электропроводности  $\tilde{\sigma}$ .

$$\tilde{\sigma} = \frac{\xi^{(1)} - \xi^{(2)}}{\xi_0^{(1)} - \xi_0^{(2)}},\tag{7}$$

где  $\xi_0^{(1)}$  и  $\xi_0^{(2)}$  — наведённые в приёмных катушках ЭДС, вычисленные по формуле (6) в однородной среде с удельной электропроводностью 1 См/м.

$$\xi^{(1)}(\tilde{\sigma}) - \xi^{(2)}(\tilde{\sigma}) = \xi^{(1)} - \xi^{(2)},\tag{8}$$

где  $\xi^{(1)}(\tilde{\sigma})$  и  $\xi^{(2)}(\tilde{\sigma})$  — наведённые в приёмных катушках ЭДС, вычисленные по формуле (6) в однородной среде с удельной электропроводностью ( $\tilde{\sigma}$ ).

На рис. 2–5 приведены диаграммы кажущейся электропроводности для различных тензоров УЭП (таблица 2) относительно координаты точки  $z = (z_1 + z_2)/2$ , средней между приёмными катушками, где  $z_1 - z$ -координата первой приёмной катушки,  $z_2 - z$ -координата второй приёмной катушки.

Реальная составляющая кажущейся электропроводности (рис. 2), вычисленной по формуле (7) для пласта с  $\sigma = 0.1$  См/м, остаётся постоянной при всех положениях зонда и отличается от электропроводности пласта примерно на 10% за счёт влияния более проводящей буровой жидкости. При этом абсолютная и относительная среднеквадратические погрешности составляют 0.011 См/м и 11% соответственно. Реальная составляющая кажущейся УЭП,



*Puc. 2.* Кажущаяся электропроводность для изотропной среды (УЭП пласта 0.1 См/м). 1 — вычисленная по приближенной формуле (7); 2 — вычисленная по точной формуле (8)

вычисленная как решение обратной задачи (8), совпадает с определённой по (7) (рис. 2), но абсолютная и относительная среднеквадратические погрешности при решении обратной задачи составляют 0.001 См/м и 1% соответственно. Следовательно, оба метода можно использовать для определения значения кажущейся УЭП, но вычисление кажущейся электропроводности решением обратной задачи (8) даёт более точный результат. Далее будем приводить только кажущуюся электропроводность, вычисленную решением обратной задачи (8).

Реальная составляющая кажущейся УЭП для анизотропного пласта (тензор № 1) практически постоянна при всех положениях зонда и достигает своего максимума 0.145 См/м в его середине (рис. 3). Максимальное отклонение кажущейся УЭП от трансверсально-изотропной среды наблюдается при повороте главных осей тензора на 60°. Для всех поворотов поведение близко. Первый локальный минимум (z = 1.35 м) находится ниже кровли пласта (z = 1.3 м). Подошва пласта выделяется минимумом кажущейся УЭП при повороте на 30° и точкой изгиба для поворотов на 45° и 60°. Внутри пласта наблюдаются дополнительные локальные экстремумы, связанные с положениями приёмных катушек. За пределами пласта также наблюдается отличие кажущейся УЭП для различных углов поворота. Следует отметить, что если в трансверсально-изотропной среде кажущееся УЭП завышено в диапазоне под пластом, то в анизотропных средах все кажущиеся УЭП занижены. В первом случае диаграмма асимптотически выходит на истинное УЭП сверху, а остальные — снизу.

Максимальное отклонение кажущейся электропроводности (рис. 4) от трансверсальноизотропной среды (тензор № 2) наблюдается при повороте осей тензора на 60°. Первый локальный минимум (z = 1.35 м) близок по положению к кровле пласта (z = 1.3 м). Кровля пласта выделяется уменьшением кажущейся электропроводности, внутри пласта наблюдается минимальное её значение, а при приближении к подошве кажущаяся электропроводность увеличивается, причём самой подошве соответствуют локальные экстремумы. За пределами пласта также наблюдается отличие в значении кажущейся электропроводности для различных



Рис. 3. Кажущаяся УЭП для тензора № 1: 1 — трансверсально-изотропная среда (угол 0°) и анизотропные среды, полученных поворотом главных осей тензора на зенитные углы 2 — 30°, 3 — 45°, 4 — 60°, вычисленная по формуле (8), 5 — истинная УЭП



Рис. 4. Кажущаяся УЭП для тензора № 2: 1 — трансверсально-изотропная среда (угол 0°) и анизотропные среды, полученных поворотом главных осей тензора на зенитные углы 2 — 30°, 3 — 45°, 4 — 60°, вычисленная по формуле (8)

углов поворота главных осей тензора.



Рис. 5. Кажущаяся УЭП для тензора № 3: 1 — трансверсально-изотропная среда (угол 0°) и анизотропные среды, полученных поворотом главных осей тензора на зенитные углы 2 — 30°, 3 — 45°, 4 — 60°, вычисленная по формуле (8), 5 — истинная УЭП

Реальная составляющая кажущейся УЭП для анизотропного пласта № 3 (рис. 5) достигает своего минимального значения в кровле пласта. Максимальное отклонение кажущейся электропроводности от трансверсально-изотропной среды наблюдается при повороте на углы 30° и 60°, причём их значения практически одинаковы. Внутри пласта наблюдаются дополнительные локальные экстремумы кажущейся УЭП, а подошва пласта выделяется её локальным максимумом при повороте на 60° и локальным минимумом при повороте на 30° и 45°. За пределами пласта наблюдается незначительное отличие в значении кажущейся УЭП для различных углов поворота.

# ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе рассмотрены два варианта трансформации ЭДС, наведённых в приёмниках трёхкатушечного зонда, в кажущуюся УЭП для трансверсально-изотропных сред и анизотропных сред. Последние получены поворотом главных осей тензора на зенитные углы 30°, 60°, 90°. Расчёт с помощью решения обратной задачи даёт более точный результат, по сравнению с отношением ЭДС, наведённых в приёмных катушках.

Диаграммы для изотропного и анизотропного пластов имеют принципиально разный вид. Максимальное отклонение кажущейся УЭП от диаграммы в трансверсально-изотропной среде наблюдается при повороте главных осей тензора на 60°. Для всех, рассмотренных поворотов главных осей тензора, диаграммы различаются количественно, но формы их близки между собой.

В трансверсально-изотропной среде (тензор № 1 и № 2) кажущиеся УЭП завышены в диапазоне под пластом, а в анизотропных средах все кажущиеся УЭП занижены. В случае тензора № 3 и в трансверсально-изотропной среде, и в анизотропных средах все кажущиеся УЭП занижены.

## ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена в рамках государственного задания Института нефтегазовой геологии и геофизики им. А. А. Трофимука СО РАН (проект FWZZ-2022-0030). Других источников финансирования проведения или руководства данным конкретным исследованием не было.

## КОНФЛИКТ ИНТЕРЕСОВ

Авторы данной работы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

## ЛИТЕРАТУРА

- 1. Эпов М. И., Глинских В. Н. Электромагнитный каротаж: моделирование и инверсия. Новосибирск: Гео, 2005.
- 2. Кауфман А. А. Теория индукционного каротажа. Новосибирск: Наука, 1965.
- 3. Суродина И. В., Эпов М. И. Моделирование диаграмм высокочастотного электромагнитного каротажного зондирования в скважинах с высокопроводящим раствором // Каротажник. 2013. Т. 5,№ 5. С. 60–75.
- 4. Epov M. I., Glinskikh V. N., Nikitenko M. N., Lapkovskaya A. A., Leonenko A. R., Petrov A. M., Sukhorukova K. V., Gornostalev D. I. Modern algorithms and software for interpretation of resistivity logging data // Geodyn. Tectonophys. 2021. V. 12, N 3S. P. 669–682; DOI: 10.5800/GT-2021-12-3s-0546
- Yavich N., Zhdanov M. S. Contraction preconditioner in finite-difference electromagnetic modeling // Geophys. J. Int. 2016. V. 206, N 3. P. 1718–1729; DOI: 10.1093/gji/ggw237
- Weiss C. J., Newman G. A. Electromagnetic induction in a fully 3D anisotropic earth // Geophysics. 2002. V. 67, N. 4. P. 1104–1114; DOI: 10.1190/1.1500371
- 7. Epov M. I., Shurina E. P., Shtabel N. V. The mathematical modeling of the electric field in the media with anisotropic objects // Appl. Numer. Math. 2015. V. 93. P. 164–175; DOI: 10.1016/j.apnum.2014.06.011
- Nechaev O. V., Glinskikh V. N. Three-Dimensional Simulation and Inversion of Lateral Logging Sounding and Lateral Logging Data in Media with Tilt of the Main Axes of the Dielectric Anisotropy Tensor // Vestn. Novosib. Gos. Univ. Ser. Inform. Technol. 2018. V. 16, N 4. P. 127–139; DOI: 10.25205/1818-7900-2018-16-4-127-139
- 9. Плюснин М. И. Индукционный каротаж. М.: Недра, 1973.
- Tabarovsky L. A., Rabinovich M. B. Real time 2D inversion of induction logging data // J. Appl. Geophys. 1998. V. 38, N 4. P. 251–275; DOI: 10.1016/S0926-9851(97)00034-7
- Nikitenko M. N., Surodina I. V., Mikhaylov I. V., Glinskikh V. N., Suhorukova C. V. Formation evaluation via 2D Processing of induction and galvanic logging data using highperformance computing // Proc. 77th EAGE Conf. Exhibit. 2015. V. 2015. P. 1–5; DOI: 10.3997/2214-4609.201412646
- Lu X., Alumbaugh D. L. One-dimensional inversion of three-component induction logging in anisotropic media // Proc. SEG Int. Exp. Ann. Meet. 2001. P. 2001–0376; DOI: 10.1190/1.1816621
- Avdeev D. B., Kuvshinov A. V., Pankratov O. V., Newman G. A. Three-dimensional induction logging problems, Part I: An integral equation solution and model comparisons // Geophysics. 2002. V. 67, N 2. P. 413–426; DOI: 10.1190/1.1468601
- Newman G. A., Alumbaugh D. L. Three-dimensional induction logging problems, Part 2: A finitedifference solution // Geophysics. 2002. V. 67, N 2. P. 484–491; DOI: 10.1190/1.1468608
- Zhong L., Li J., Bhardwaj A., Shen L. C., Liu R. C. Computation of triaxial induction logging tools in layered anisotropic dipping formations // IEEE Trans. Geosci. Remote Sens. 2008. V. 46, N 4. P. 1148– 1163; DOI: 10.1109/TGRS.2008.915749
- Hu Y., Sun Q. Modeling of triaxial induction logging responses in multilayered anisotropic formations // Geophysics. 2021. V. 86, N 4. P. 305–314; DOI: 10.1190/geo2020-0475.1
- Golikov N. A. Measurement of the anisotropy of the complex permittivity on samples of sandstone reservoirs of Western Siberia // Interexpo GEO-Siberia. 2018. V. 3. P. 59–65.

- Zhang M., Wu J., Liu Y. Research on triaxial array induction logging response in inclined anisotropic formation // J. Phys. Conf. Ser. 2020. V. 1617, N 1. Article 012086; DOI: 10.1088/1742-6596/1617/1/012086
- 19. Monk P. Finite element methods for Maxwell's equations. Oxford: Oxford University Press. 2003.
- Webb J. P. Hierarchal vector basis functions of arbitrary order for triangular and tetrahedral finite elements // IEEE Trans. Antennas Propag. 1999. V. 47, N 8. P. 1244–1253; DOI: 10.1109/8.791939

#### SIBERIAN JOURNAL OF INDUSTRIAL MATHEMATICS

UDC 550.832

# NUMERICAL MODELING OF THE INDUCTION LOGGING SIGNAL IN ANISOTROPIC OIL AND GAS RESERVOIRS WITH A LAYERED STRUCTURE

C 2024 M. I. Epov<sup>1a</sup>, E. P. Shurina<sup>2b</sup>, D. A. Arkhipov<sup>1c</sup>,
 D. V. Dobrolyubova<sup>1d</sup>, N. V. Shtabel'<sup>1e</sup>, E. I. Shtan'ko<sup>1f</sup>

<sup>1</sup>Trofimuk Institute of Petroleum Geology and Geophysics, Siberian Branch, Russian Academy of Sciences, Novosibirsk, 630090 Russia, <sup>2</sup>Novosibirsk State University, Novosibirsk, 630090 Russia

E-mails: <sup>a</sup>epovmi@mail.ru, <sup>b</sup>shurina@online.sinor.ru, <sup>c</sup>arhipovda@ipgg.sbras.ru, <sup>d</sup>dobrolubovadv@ipgg.sbras.ru, <sup>e</sup>orlovskayanv@ipgg.sbras.ru, <sup>f</sup>mihaylovaei@ipgg.sbras.ru

Received 26.04.2024, revised 26.04.2024, accepted 06.11.2024

Abstract. The aim of this work is to analyze the effect of the anisotropic nature of the electric conductivity in an oil-bearing formation on the induction logging signal. The numerical modelling of the logging signal from a device consisting of an alternating current excitation coil and two receiving coils moved along the wellbore is carried out. The electromotive force induced in the receiving coils is investigated. The electric conductivity of the oil-bearing formation is characterized by either a diagonal tensor with dominant  $\sigma_{xx}$ ,  $\sigma_{yy}$  components or a dense tensor obtained by rotation to a specified zenith angle. Numerical modeling is performed with the vector finite element method on an adaptive unstructured tetrahedral grid taking into account the geometry of the logging device, vertical well, and layered host medium. The tensor electric conductivity is plugged into the variational formulation. Dependences of the apparent electric conductivity of the depth are obtained based on the electromotive force induced in the receiving coils.

**Keywords:** Maxwell's system of equations, anisotropy, vector finite element method, apparent electric conductivity, induction logging.

DOI: 10.33048/SIBJIM.2024.27.412

## REFERENCES

- 1. M. I. Epov and V. N. Glinskikh, *Electromagnetic Logging: Modeling and Inversion* (Geo, Novosibirsk, 2005) [in Russian].
- 2. A. A. Kaufman, Theory of Induction Logging (Nauka, Novosibirsk, 1965) [in Russian].
- 3. I. V. Surodina and M. I. Epov, "Modeling of high-frequency electromagnetic logging diagrams in wells with highly conductive solution," Karotazhnik 5 (5), 60–75 (2013) [in Russian].
- 4. M. I. Epov, V. N. Glinskikh, M. N. Nikitenko, A. A. Lapkovskaya, A. R. Leonenko, A. M. Petrov, K. V. Sukhorukova, and D. I. Gornostalev, "Modern algorithms and software for interpretation of resistivity logging data," Geodyn. Tectonophys. **12** (3S), 669–682 (2021). https://doi.org/10.5800/GT-2021-12-3s-0546
- N. Yavich and M. S. Zhdanov, "Contraction preconditioner in finite-difference electromagnetic modeling," Geophys. J. Int. 206 (3), 1718–1729 (2016). https://doi.org/10.1093/gji/ggw237
- C. J. Weiss and G. A. Newman, "Electromagnetic induction in a fully 3D anisotropic earth," Geophysics 67 (4), 1104–1114 (2002). https://doi.org/10.1190/1.1500371

English translation is published in Journal of Applied and Industrial Mathematics, 2024, Vol. 18, No. 4, pp. 669–678.

- 7. M. I. Epov, E. P. Shurina, and N. V. Shtabel, "The mathematical modeling of the electric field in the media with anisotropic objects," Appl. Numer. Math. 93, 164–175 (2015). https://doi.org/10.1016/j.apnum.2014.06.011
- 8. O. V. Nechaev and V. N. Glinskikh, "Three-dimensional simulation and inversion of lateral logging sounding and lateral logging data in media with tilt of the main axes of the dielectric anisotropy tensor," Vestn. Novosib. Gos. Univ. Ser. Inf. Technol. 16 (4), 127–139 (2018). https://doi.org/10.25205/1818-7900-2018-16-4-127-139
- 9. M. I. Plyusnin, *Induction Logging* (Nedra, Moscow, 1973) [in Russian].
- L. A. Tabarovsky and M. B. Rabinovich, "Real time 2D inversion of induction logging data," J. Appl. Geophys. 38 (4), 251–275 (1998). https://doi.org/10.1016/S0926-9851(97)00034-7
- M. N. Nikitenko, I. V. Surodina, I. V. Mikhaylov, V. N. Glinskikh, and C. V. Suhorukova, "Formation evaluation via 2D Processing of induction and galvanic logging data using high-performance computing," Proc. 77th EAGE Conf. Exhibit. 2015, 1–5 (2015). https://doi.org/10.3997/2214-4609.201412646
- X. Lu and D. L. Alumbaugh, "One-dimensional inversion of three-component induction logging in anisotropic media," Proc. SEG Int. Exp. Annu. Meet. 2001, 0376 (2001). https://doi.org/10.1190/1.1816621
- D. B. Avdeev, A. V. Kuvshinov, O. V. Pankratov, and G. A. Newman, "Three-dimensional induction logging problems, Part I: An integral equation solution and model comparisons," Geophysics 67 (2), 413–426 (2002). https://doi.org/10.1190/1.1468601
- G. A. Newman and D. L. Alumbaugh, "Three-dimensional induction logging problems, Part 2: A finitedifference solution," Geophysics 67 (2), 484–491 (2002). https://doi.org/10.1190/1.1468608
- L. Zhong, J. Li, A. Bhardwaj, L. C. Shen, and R. C. Liu, "Computation of triaxial induction logging tools in layered anisotropic dipping formations," IEEE Trans. Geosci. Remote Sens. 46 (4), 1148–1163 (2008). https://doi.org/10.1109/TGRS.2008.915749
- Y. Hu and Q. Sun, "Modeling of triaxial induction logging responses in multilayered anisotropic formations," Geophysics 86 (4), 305–314 (2021). https://doi.org/10.1190/geo2020-0475.1
- 17. N. A. Golikov, "Measurement of the anisotropy of the complex permittivity on samples of sandstone reservoirs of Western Siberia," Interexpo GEO-Siberia **3**, 59–65 (2018).
- M. Zhang, J. Wu, and Y. Liu, "Research on triaxial array induction logging response in inclined anisotropic formation," J. Phys. Conf. Ser. 1617 (1), 012086 (2020). https://doi.org/10.1088/1742-6596/1617/1/012086
- 19. P. Monk, Finite Element Methods for Maxwell's Equations (Oxford Univ. Press, Oxford, 2003).
- J. P. Webb, "Hierarchal vector basis functions of arbitrary order for triangular and tetrahedral finite elements," IEEE Trans. Antennas Propag. 47 (8), 1244–1253 (1999). https://doi.org/10.1109/8.791939