

УДК 532.5

## РАЗВИТИЕ ПОРОСЕТЕВОГО ПОДХОДА ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ ПЕРЕНОСА МОДИФИЦИРУЮЩИХ ДОБАВОК В ПРОЦЕССЕ НЕФТЕВЫТЕСНЕНИЯ

© 2025 С. А. Филимонов<sup>1,2a</sup>, А. В. Минаков<sup>1,2b</sup>

<sup>1</sup>Сибирский федеральный университет,  
просп. Свободный, 79, г. Красноярск 660041, Россия  
<sup>2</sup>Институт теплофизики им. С. С. Кутателадзе СО РАН,  
просп. Акад. Лаврентьева, 1, г. Новосибирск 630090, Россия

E-mails: <sup>a</sup>sfilimonov@sfu-kras.ru, <sup>b</sup>aminakov@sfu-kras.ru

Поступила в редакцию 10.06.2024 г.; после доработки 10.07.2025 г.;  
принята к публикации 17.09.2025 г.

Представлены результаты разработки оригинальной математической модели и программного модуля для поросетевого моделирования переноса модифицирующих добавок (растворы ПАВ и наночастиц) в процессе вторичного заводнения нефтеносных пластов. В рамках двухфазного поросетевого подхода реализовано моделирование конвективно-диффузионного механизма переноса модифицирующей добавки в пределах водной фазы с учётом влияния локальной концентрации добавки на вязкость, межфазное натяжение и краевой угол смачивания. За счёт применения оригинального подхода добавления фиктивных узлов на ветви удалось существенно уменьшить влияние численной диффузии, характерной для моделей конвективно-диффузионного переноса в сетевых задачах. В результате тестирования на решении одномерной конвективно-диффузионной задачи с аналитическим решением показана удовлетворительная разрешающая способность предложенного расчётного алгоритма.

**Ключевые слова:** поросетевая модель, перенос и диффузия модифицирующей добавки, ПАВ, заводнение пласта, тестирование.

DOI: 10.33048/SIBJIM.2025.28.307

### ВВЕДЕНИЕ

Течение многофазной жидкости в пористых средах является одним из значимых процессов, происходящих в природе и технологиях. Большим блоком в проблематике течения многофазной жидкости в пористых средах являются процессы вытеснения нефти из природных резервуаров. Одним из распространённых методов добычи нефти из месторождений с трудноизвлекаемыми запасами является заводнение пласта, при котором нефть из пористой среды вытесняется водой. При этом современные методы добычи позволяют извлечь от 20 до 40% процентов нефти, а остальное остаётся в породе. Одним из способов увеличения нефтеотдачи является заводнение с использованием различных добавок, модифицирующих физико-химические свойства (такие как смачивание, коэффициент межфазного натяжения, вязкость и др.). В качестве модифицирующих добавок могут выступать растворы полимеров, поверхностно-активные вещества (ПАВ) или наноматериалы. Для изучения влияния модифицирующих добавок на процесс вытеснения нефти из образца горной породы, в первую очередь, используются разнообразные экспериментальные методы [1, 2, 3]. Результаты этих исследований показывают, что изменение физико-химических свойств вытесняющей жидкости существенно влияет на эффективность вытеснения нефти.

Кроме того, одним из основных методов исследования влияния добавок на механизмы вытеснения нефти является численное моделирование. Существует три основных подхода для моделирования процесса вытеснения нефти: метод решёточных уравнений Больцмана [4], методы вычислительной гидродинамики [5, 6] и поросетовые методы. Первые два подхода позволяют смоделировать процесс вытеснения нефти из образца с детальным описанием геометрии порового пространства и прямым разрешением фронта вытеснения. Однако, такие подходы требуют значительных вычислительных затрат и использование суперкомпьютеров [7]. Более эффективным с точки зрения использования вычислительных ресурсов способом моделирования процесса вытеснения нефти является поросетовое моделирование [8, 9]. Такой подход позволяет моделировать керн (образец горной породы), состоящий из нескольких миллионов пор [10]. Суть поросетевого моделирования — это представление порового пространства в виде графа, состоящего из набора узлов и соединяющих его ветвей. В узлах выполняется закон сохранения массы, а на ветвях — закон сохранения количества движения.

Поросетовые методы активно развиваются и усложняются. В последнее время появились работы, в которых с помощью поросетевого моделирования попытались учесть влияние модифицирующих добавок на характеристики нефтевытеснения. Так, в работе [11] представлено исследование влияния различных растворов ПАВ на эффективность закачки  $\text{CO}_2$  в пористую среду. В работе [12] при помощи динамической поросетовой модели [13] удалось довольно точно описать эксперимент [2] по влиянию добавки полимера на коэффициент нефтевытеснения. Однако, в большинстве работ используется приближение, при котором свойства вытесняющей жидкости являются однородными, и концентрация добавки не меняется ни во времени, ни в объёме пористой среды в процессе вытеснения. Ранее нашим коллективом была разработана подобная поросетовая модель для динамического моделирования процесса вытеснения нефти [14], которая позволяет описать процесс вытеснения нефти жидкостью с постоянными физическими свойствами (вязкость, межфазное натяжение и краевой угол смачиваемости). В данной статье представлены результаты развития этой модели. Разработана оригинальная математическая модель и реализован программный модуль для поросетевого моделирования переноса модифицирующих добавок в процессе заводнения. В рамках поросетевого подхода реализована модель конвективно-диффузионного механизма переноса локальной концентрации модифицирующей добавки в пределах водной фазы, с учётом влияния добавки на вязкость, межфазное натяжение и краевой угол смачивания.

## 1. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Предложенная математическая модель описывает одновременно два физических процесса, происходящих в поровом пространстве. Первый процесс — это вытеснение нефти вытесняющей жидкостью (водная фаза). Второй процесс — это перенос модифицирующей добавки в объёме вытесняющей жидкости. При этом вытесняющая жидкость и нефть не смешиваются, а концентрация модифицирующей добавки меняется только в пределах вытесняющей жидкости. Рассматривается двухфазное несмешивающееся течение. Жидкость, краевой угол для которой меньше  $90^\circ$  градусов, будем называть «смачивающей», другую жидкость — «несмачивающей». Для определённости принято, что водный раствор с добавкой — это фаза 1, а нефть — фаза 2. Распределение жидкостей внутри порового пространства задаётся объёмной долей фаз. Объёмную долю водной фазы обозначим как  $\varphi$ . Таким образом, объёмная доля нефти определяется как  $1 - \varphi$ . Содержание модифицирующей добавки внутри водной фазы задаётся массовой концентрацией  $c$ . Представленная модель базируется на разработанной ранее математической модели для сетевого моделирования процесса вытеснения нефти [14]. Реализован поршневой режим течения при котором граница раздела фаз перпендикулярна потоку и нет протекания смачиваемой жидкости по стенкам и в углах канала. В элементах сети, где присутствуют обе фазы, физические свойства (плотность и вязкость) определяются по правилу смеси.

Математическую модель, которая описывает процесс вытеснения нефти из резервуара можно разбить на две части:

- 1) гидравлическая модель, определяющая распределение давления и расходов в сети;
- 2) модель переноса водной фазы по сети.

### 1.1. Гидравлическая модель

Первую часть модели возьмём из сетевой части гибридного алгоритма [15], в дальнейшем это позволит реализовать гибридный 1D–3D алгоритм для моделирования процесса вытеснения нефти из образцов с трещинами. Течение жидкости по системе будем рассматривать на ориентированном графе, узлы которого обозначим как поры, а ветки (рёбра) графа как каналы. Для описания сетевой модели введём соответствующие обозначения: множество узлов обозначим  $N$ , множество ветвей (каналов) —  $U$ . Пусть  $O_i$  является подмножеством ветвей, начинающихся в  $i$ -том узле, а  $I_i$  — подмножеством ветвей, заканчивающихся в  $i$ -том узле. С каждой ветвью соотносится пара узлов с принятым обозначением  $N_{in}$  — начальный узел и  $N_{out}$  — конечный узел. Направление ветви задаётся от начального узла к конечному, соответственно, значение расхода  $q_b$  и скорости  $u_b$  на  $b$ -й ветви,  $b \in U$ , может принимать как положительное значение (течение жидкости совпадает с направлением ветви), так и отрицательное. Стоит также отметить, что в общем случае, большинство узлов в сети между собой не связаны: в среднем на каждый узел приходится две–четыре ветви. Следовательно, из всего множества ветвей  $U_{ib}$ , где  $i \in \mathbb{N}$  необходимо выделить только сравнительно небольшое подмножество существенных ветвей. Такой подход позволяет задать матрицу связей для всего графа в виде (1). Используя это выражение, задачу потокораспределения в сети можно свести к сочетанию закона сохранения массы в узлах (2) и закона сопротивления в каналах (3).

$$E_{ib} = \begin{cases} 1, & \text{если } b \in O_i \\ -1, & \text{если } b \in I_i \\ 0, & \text{иначе,} \end{cases} \quad (1)$$

$$\sum_{b \in U_i} E_{ib} q_b = Q_i, \quad i \in \mathbb{N}, \quad (2)$$

$$s_b |q_b| q_b = \sum_{i \in \mathbb{N}} E_{ib} \cdot p_i \pm P_c, \quad b \in U, \quad (3)$$

где  $E_{ib}$  — матрица связи,  $q_b$  — объёмный поток жидкости на ветви,  $Q_i$  — источник массы, существующий в узле,  $p_i$  — давление в  $i$ -том узле,  $P_c$  — капиллярное давление, знак которого зависит от распределения фаз в канале,  $s_b$  — коэффициент сопротивления, определяемый по формуле Дарси — Вейсбаха:

$$s_b = \left( \frac{\lambda_{fr} l}{d} + \xi \right) \frac{\rho}{2f^2}, \quad (4)$$

где  $\lambda_{fr}$  — коэффициент линейного трения,  $d$  — гидравлический диаметр канала,  $l$  — длина канала,  $\rho$  — плотность жидкости,  $f$  — площадь сечения канала,  $\xi$  — коэффициент местного сопротивления. Коэффициент линейного трения для ламинарного случая определяется следующим образом:  $\lambda_{fr} = \frac{C}{Re}$ , где  $C$  константа зависящая от формы сечения. Стоит отметить, что для задач вытеснения нефти, как правило, характерны очень маленькие скорости течения  $< 0,1$  м/с.

Для связи поля давления и расходов используется хорошо зарекомендовавший себя SIMPLE — подобный алгоритм [16].

Плотность и молекулярная вязкость рассматриваемой двухфазной среды находятся через объёмную долю фазы в канале по правилу смеси:

$$\begin{aligned}\rho &= \rho_1(c)\varphi + (1 - \varphi)\rho_2, \\ \mu &= \mu_1(c)\varphi + (1 - \varphi)\mu_2,\end{aligned}\tag{5}$$

где  $\rho_1(c)$ ,  $\mu_1(c)$  — плотность и вязкость вытесняющей жидкости, которые зависят от концентрации модифицирующей добавки  $c$ , и  $\rho_2$ ,  $\mu_2$  — плотность и вязкость нефти соответственно.

### 1.2. Моделирование течения несмешивающихся фаз по сети

Рассмотрим вторую часть математической модели. Если в гидравлической модели сети узел — это материальная точка с заданным давлением и основной рабочий объём сети сосредоточен в ветвях, то для учёта накопления/уноса различных фаз, необходимо каждому узлу придать объём. Для этого сеть разбивается на такие элементы как «поры» — часть сети, где сливаются/разделяются потоки и «каналы» — часть сети, соединяющая две соседних поры. Поры и каналы имеют свой объём. Длина канала меньше длины соответствующей ей ветви, поскольку длина ветви рассчитывается между центрами узлов, а длина канала — от границы до границы узла.

Так как жидкости между собой не смешиваются, то замещение одной жидкости другой сводится в общем случае к уравнению баланса:

$$\varphi_i^{\text{new}} = \varphi_i^{\text{old}} + \frac{\left(\sum q_{\text{in}} - \sum q_{\text{out}}\right)}{V_i} \Delta t,\tag{6}$$

где  $\varphi_i^{\text{new}}$  — объёмная доля фазы на новом временном шаге,  $\varphi_i^{\text{old}}$  — объёмная доля на предыдущем временном шаге,  $\sum q_{\text{in}}$  и  $\sum q_{\text{out}}$  — сумма потоков приносящих фазу в элемент и уносящих, соответственно,  $V_i$  — объём элемента,  $\Delta t$  — временной шаг,  $i$  — номер элемента (как поры так и канала). Временной шаг  $\Delta t$  не является постоянной величиной, а определяется как минимальное время  $\Delta t_{\text{min}}$ , необходимое для полного заполнения одной из фаз одного элемента сети. Логично выделить массив элементов, в которых потенциально происходит изменение фазы и работать только с ним, пересчитывая его на каждом временном слое, отслеживая фронт движения фаз в резервуаре. С точки зрения замещения фазы каналы отличаются от пор только тем, что у канала один вход и один выход.

Отдельно стоит рассмотреть ситуацию, когда в «пору» приходят два потока с разными жидкостями. Поскольку невозможно разрешить форму границы раздела фаз, то определить какая фаза выходит из поры также невозможно. Поэтому для соблюдения баланса массы необходимо сделать следующее допущение: если пора не до конца заполнилась вытесняющей жидкостью, то из узла выходит только вытесняемая жидкость. При течении в канале двух несмешивающихся жидкостей в месте раздела фаз из-за межфазного натяжения образуется перепад давления, величина которого для цилиндрического канала определяется из уравнения Юнга — Лапласа:

$$P_c = \frac{2\sigma(c) \cos(\Theta(c))}{d/2},\tag{7}$$

где  $\sigma(c)$  — коэффициент поверхностного натяжения,  $\Theta(c)$  — контактный угол между твёрдой стенкой и жидкостью, которые зависят от концентрации модифицирующей добавки  $c$ ,  $d$  — гидравлический диаметр.

Рассчитанное в уравнении (7) давление задаётся как напор в уравнении (3). Направление напора задаётся от несмачивающей жидкости в сторону смачивающей. Если граница раздела фаз проходит в пору, то соответствующий напор задаётся на ветви вверх по потоку от соответствующего поре узла. При попадании границы раздела фаз в пору капиллярное давление сохраняется.

### 1.3. Перенос модифицирующей добавки

Для моделирования процесса переноса модифицирующей свойства вытесняющей жидкости добавки запишем уравнение сохранения массы добавки в дифференциальном виде:

$$\frac{\partial \rho_1 c}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho_1 u c) = \frac{\partial}{\partial x} \left( \rho_1 D \frac{\partial c}{\partial x} \right), \quad (8)$$

где  $c$  — массовая концентрация добавки,  $\rho_1$  — плотность,  $t$  — время,  $x$  — координата вдоль ветви,  $u$  — скорость несущего потока жидкости,  $D$  — коэффициент диффузии. Важно отметить, что перенос модифицирующей добавки осуществляется только в пределах водной фазы. В общем случае модифицирующие добавки воздействуют на характеристики смачиваемости (контактный угол), величину коэффициента межфазного натяжения и вязкость вытесняющей жидкости (в приближении ньютоновской среды). В качестве модельных растворов в расчётах использовались реальные растворы ПАВ, полимеров и наносuspензий, которые экспериментально были исследованы ранее [17, 18, 19, 20]. Свойства этих растворов (динамическая вязкость (9), коэффициент межфазного натяжения (10) и контактный угол (11) в зависимости от концентрации добавки можно описать следующими выражениями:

$$\mu_1 = \mu_0(1 + \alpha_1 c + \alpha_2 c^2), \quad (9)$$

$$\sigma = \sigma_0(1 + \beta_1 c + \beta_2 c^2), \quad (10)$$

$$\Theta = \Theta_0(1 + \gamma_1 c + \gamma_2 c^2), \quad (11)$$

здесь  $c$  — это массовая концентрация, выраженная в процентах.

Аппроксимация соответствующих экспериментальных данных с помощью метода наименьших квадратов позволила определить следующие значения коэффициентов в уравнениях (9)–(11):  $\alpha_1 = 659,95$ ;  $\alpha_2 = 2075,97$ ;  $\beta_1 = 19,44$ ;  $\beta_2 = 114,41$ ;  $\gamma_1 = 10,0$  и  $\gamma_2 = 38,25$ .

Для дискретизации уравнения (8) рассмотрим ветвь графа длиной  $l$  и площадью сечения  $f$ , на которой необходимо выделить контрольный объём (см. рис. 1).

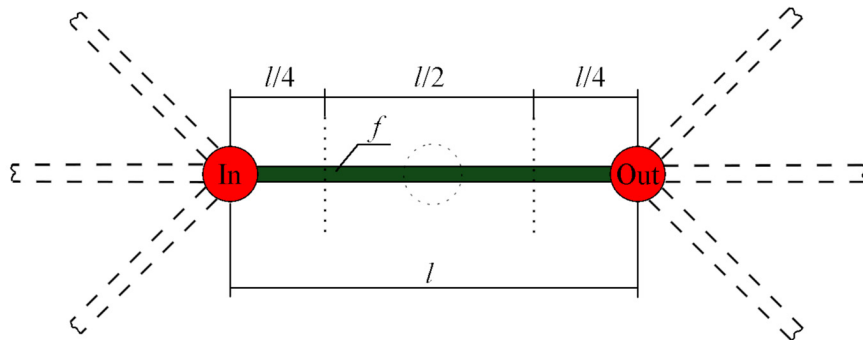


Рис. 1. Выделение контрольных объёмов на ветви

Обычно, при моделировании переноса модифицирующей добавки в сетевой задаче концентрацию добавки рассчитывают в узлах, а затем «сносят» это значение на ветви вниз по потоку. Такой подход справедлив при доминировании конвективного потока над диффузионным. Однако, при использовании неявной схемы для аппроксимации конвективного слагаемого в результате расчёта наблюдается сильная численная диффузия, которая может превышать молекулярную диффузию. В результате фронт концентрации модифицирующей добавки размывается и получается нефизическое решение. Для преодоления этой проблемы был предложен и реализован оригинальный подход учёта динамики распределения модифицирующей добавки по длине ветви, с добавлением фиктивных узлов. Саму ветвь мы можем рассматривать как узел, которому соответствуют две ветви.

Проинтегрировав уравнение (8) по контрольному  $i$ -му объёму и представив производные в виде конечных разностей, получим неявную схему первого порядка:

$$\frac{\rho_{1,i}^{k+1} c_i^{k+1} - \rho_{1,i}^k c_i^k}{\Delta t} V_i + \sum_b^{U_{in}} \rho_{1,b}^{k+1} u_b f_b c_b^{k+1} - \sum_b^{U_{out}} \rho_{1,b}^{k+1} u_b f_b c_b^{k+1} = D \sum_j^n \frac{\rho_{1,i}^{k+1} c_i^{k+1} - \rho_{1,j}^{k+1} c_j^{k+1}}{l_j/2} f_j, \quad (12)$$

где  $k$  — номер временного шага,  $V_i$  — объём  $i$ -го контрольного объёма,  $U_{in}$  — множество ветвей, по которым конвективный поток поступает в узел,  $U_{out}$  — множество ветвей по которым конвективный поток выходит из узла,  $n$  — множество соседних контрольных объёмов. На границах расчётной области задаётся условие фиксированного значения концентрации.

Итоговый расчётный алгоритм строится следующим образом:

- 1) задаётся начальное распределение давления, расходов и концентраций фаз по сети;
- 2) определяется список элементов сети, в которых возможен процесс замены фаз на первом временном шаге;
- 3) с помощью уравнения (5) рассчитываются плотность и вязкость для всех элементов сети;
- 4) на ветвях с двумя фазами задаётся напор, соответствующий капиллярному давлению;
- 5) решается гидравлическая задача;
- 6) определяются  $\Delta t_{min}$ ;
- 7) при помощи уравнения (6) пересчитываются доли фаз;
- 8) решается уравнение (12) на перенос модифицирующей добавки;
- 9) пересчитываются свойства жидкости (вязкость, контактный угол и межфазное натяжение);
- 10) обновляется список элементов сети, в которых возможен процесс замены фаз на текущем временном шаге;
- 11) повторяем весь алгоритм с третьего шага.

Выход из алгоритма происходит, когда суммарное время расчёта превышает заданное или не происходит смены фаз ни в одном элементе.

## 2. ТЕСТИРОВАНИЕ

### 2.1. Верификация модуля переноса модифицирующей добавки

Проведено тестирование разработанного модуля расчёта переноса модифицирующей добавки в рамках поросетевого подхода. В качестве объекта рассматривается прямой канал, в котором распространяется добавка (не влияющая, в данном случае, на свойства жидкости). Для одномерного случая уравнение (8) с постоянными коэффициентами имеет следующее аналитическое решение:  $c(x, t) = \frac{m}{2\rho f \sqrt{\pi D t}} \exp \left\{ -\frac{(x - u \cdot t)^2}{4 D t} \right\}$ , где  $m$  — масса добавки,  $\rho$  — плотность жидкости,  $f$  — площадь сечения канала,  $x$  — расстояние от центра канала,  $t$  — время от начала эксперимента,  $D$  — коэффициент диффузии,  $u$  — средняя скорость потока на ветви.

Задача решалась в безразмерных переменных. На концах канала концентрация задавалась равной нулю. Канал разбивался на 100 равномерных отрезков. В первом случае рассматривался только диффузионный перенос вещества ( $u = 0$ ). Так как в момент времени  $t = 0$  аналитическое решение это  $\delta$ -функция, которую сложно воспроизвести на расчётной сетке, за начальное было принято распределение в момент времени  $t = 1$ . На рис. 2(а) представлено сравнение профилей концентраций в момент времени  $t = 2$ .

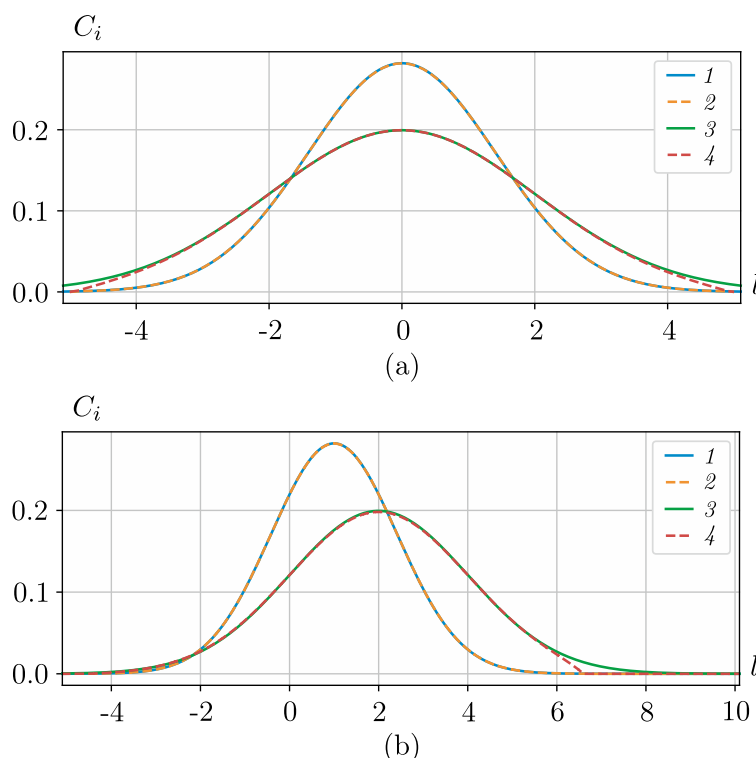


Рис. 2. Распределение концентрации добавки  $C_i$ ,  $i = \overline{1, 4}$ , по длине канала в различные моменты времени в сравнении с аналитическим решением для: (а)  $u = 0$  и (б)  $u = 1$ ;

- 1 — аналитическое решение в начальный момент времени,  
 2 — начальное распределение для расчёта,  
 3 — аналитическое решение в момент времени  $t = 2$ ,  
 4 — расчётное решение в момент времени  $t = 2$

Из рисунка видно хорошее совпадение в центре канала и небольшое отличие на границах. Это связано с тем, что аналитическое решение не согласовано с граничными условиями.

Далее была рассмотрена задача конвективно-диффузионного переноса ( $u = 1$ ). На рис. 2(б) представлено сравнение результатов расчёта с аналитическим решением для этого варианта. В качестве начального распределения также берутся значения для аналитического решения в начальный момент времени. Как видно, также наблюдается достаточно хорошее совпадение результатов расчёта с аналитическим решением. Таким образом, в результате тестирования была показана удовлетворительная разрешающая способность реализованного расчётного алгоритма.

## 2.2. Моделирование переноса добавки, модифицирующей свойства вытесняющей жидкости, по сетевой модели пористой среды

Для тестирования расчётной методики проведено моделирование вытеснения нефти из регулярной решётки, образованной пересекающимися прямоугольными микроканалами. Эта микрорешётка является простейшей моделью пористой среды. Решётка состоит из  $30 \times 30$  ячеек (количество микроканалов  $31 \times 31$ ). Размер стороны ячейки 250 мкм, ширина и высота микроканалов 250 и 200 мкм соответственно. На первом этапе расчётная область полностью заполнена нефтью, далее происходит её вытеснение чистой водой. На входе в расчётную область (левый нижний угол на рис. 3) задавался расход 3 мл/мин.

Вода заполняла каналы решётки, вытесняя нефть. Контактный угол был задан равным  $\Theta_0 = 120^\circ$ . Значение коэффициента поверхностного натяжения было задано равным  $\sigma_0 = 0,0235$  Н/м. Физические свойства нефти, использованные в расчёте — плотность  $\rho_2 =$

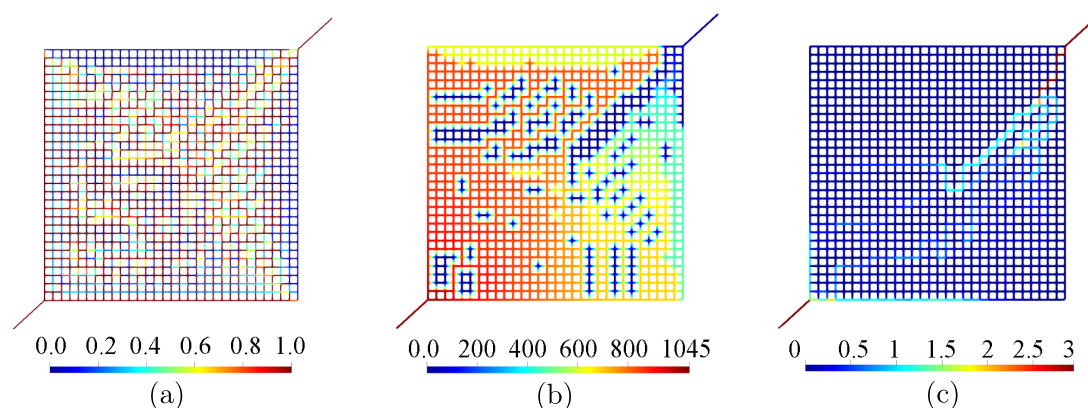


Рис. 3. Расчётные поля распределения физических величин на финальной стадии процесса заводнения водой: (а) объёмная доля воды; (б) поле давления, Па; (с) расход жидкости по микроканалам, мл/мин

850 кг/м<sup>3</sup>, динамическая вязкость  $\mu_2 = 0,02$  Па·с. Вытесняющая жидкость – вода с физическими свойствами: плотность  $\rho_1 = 1000$  кг/м<sup>3</sup>, динамическая вязкость  $\mu_0 = 0,001$  Па·с. В процессе расчёта происходит постепенное вытеснение нефти водой. Примерно через 5 секунд после начала процесса заводнения вода доходит до выхода из расчётной области (правый верхний угол). И примерно через 1 секунду после этого процесс течения устанавливается. Вода течёт по одним и тем же каналам. Выход новых порций нефти прекращается. Расчётная картина распределения физических полей на финальной стадии заводнения водой представлена на рис. 3. Из результатов расчёта видно, что значительная часть области после заводнения уже заполнена водой (65%). При этом видно, что вода движется преимущественно в диагональном направлении. Стоит отметить, что большие части расчётной области за счёт действия капиллярных сил остаются заполненными нефтью и не охвачены течением.

После того, как объёмная доля вытесненной нефти стабилизируется (см. рис. 4), на входе в вытесняющую жидкость начинают подавать модифицирующую добавку с концентрацией

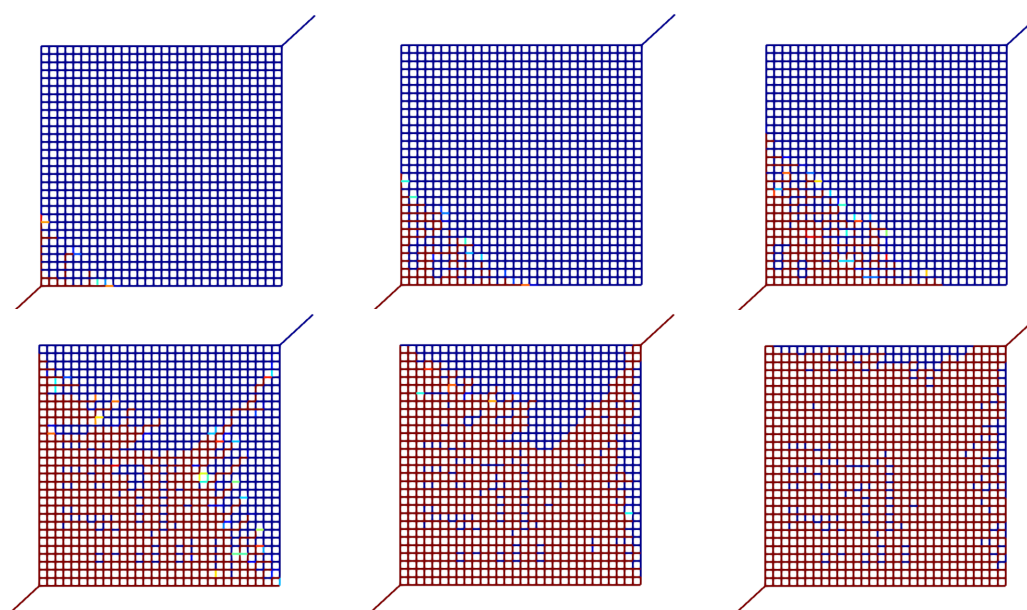


Рис. 4. Динамика движения модифицирующей добавки по сети

$c = 0,1\%$ , коэффициент диффузии модифицирующей добавки в воде задавался равным



$D = 10^{-10}$  м<sup>2</sup>/с. Это происходит примерно после 6 секунд вытеснения водой. Модифицирующая добавка переносится в пределах водной фазы меняя характеристики смачивания и вязкость. На рис. 4 представлена динамика распространения фронта модифицирующей добавки. Видно, что сначала добавка переносится в основном за счёт конвекции по микроканалам, заполненным водой, а затем за счёт диффузии распространяется по всему объёму сети в пределах водной фазы. Поскольку модифицирующая добавка влияет на свойства вытесняющей жидкости, то после того, как добавка дойдёт до границы раздела фаз и её концентрация достигнет своего максимального значения, происходит дополнительное вытеснение нефти за счёт изменения капиллярного давления и увеличения вязкости. На рис. 5(а) представлена динамика изменения водонасыщенности во времени.

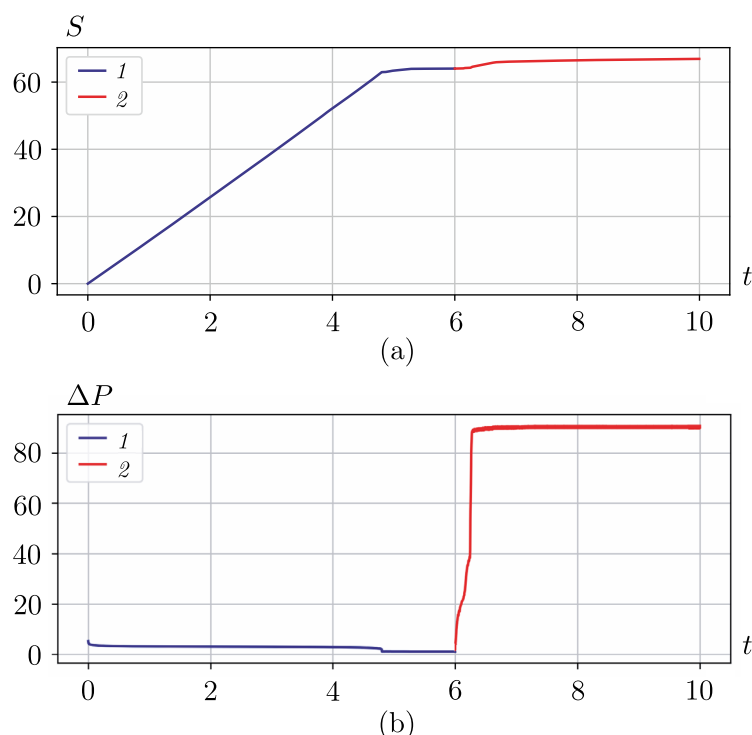


Рис. 5. Динамика изменения: (а) водонасыщенности  $S$ , %, и (б) перепада давления  $\Delta P$ , кПа, до и после подачи модифицирующей добавки; 1 — вода, 2 — вода с модифицирующей добавкой

Здесь до шестой секунды вытеснение производится водой (синяя кривая), а дальше в воду начинает подаваться добавка (красная кривая). Как видно, после того как добавка распространится по водной фазе (на это требуется около 2 с), водонасыщенность дополнительно возрастает до 67%, тем самым происходит довытеснение нефти.

При этом поскольку вязкость вытесняющей жидкости также существенно возросла с 0,001 Па·с до 0,088 Па·с, что приводит к существенному росту перепада давления на прокачку раствора (см. рис. 5(б)).

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Разработана оригинальная математическая модель и реализован программный модуль для поросетевого моделирования переноса модифицирующих добавок (растворы ПАВ и наночастиц) в процессе вторичного заводнения нефтеносных пластов. В рамках двухфазного сетевого подхода выполнено моделирование конвективно-диффузионного механизма переноса модифицирующей добавки в пределах водной фазы с учётом влияния локальной concentra-

ции добавки на коэффициент вязкости, межфазное натяжение и краевой угол смачивания. Серьёзной проблемой, с которой столкнулись при моделировании конвективно-диффузионного переноса добавки в рамках сетевого подхода, явилось существенное влияние численной диффузии. Для преодоления этой проблемы был предложен и реализован оригинальный подход учёта динамики распределения модифицирующей добавки по длине ветви графа с добавлением фиктивного узла. Проведённое тестирование на задаче конвективно-диффузионного модифицирующей добавки (одномерная сеть), имеющей аналитическое решение, показало удовлетворительную разрешающую способность реализованного расчётного алгоритма. Проведена апробация разработанной поросетевой модели переноса модифицирующей добавки в процессе вторичного заводнения регулярной сети, образованной микроканалами.

## ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект 23-79-30022, <https://rscf.ru/project/23-79-30022/>). Других источников финансирования проведения или руководства данным конкретным исследованием не было.

## КОНФЛИКТ ИНТЕРЕСОВ

Авторы данной работы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Cancela B.R. et al. Rheological study of polymeric fluids based on hpm and fillers for application in EOR // Fuel 2022. V. 330. P. 125647.
2. Vik B. et al. Viscous oil recovery by polymer injection; impact of in-situ polymer rheology on water front stabilization// SPE Europec featured at EAGE Conference and Exhibition. SPE, 2018.
3. Sepehri M. et al. Experimental study and numerical modeling for enhancing oil recovery from carbonate reservoirs by nanoparticle flooding // Oil Gas Sci. Technol. – Rev. d'IFP Energies Nouv. 2019. V. 74. P. 5.
4. Wei B. et al. Pore scale simulation of surfactant flooding by lattice boltzmann method // Day 3 Wed, December 12, 2018. SPE, 2018.
5. Zhao J., Wen D. Pore-scale simulation of wettability and interfacial tension effects on flooding process for enhanced oil recovery // RSC Adv. 2017. V. 7, N 66. P. 41391–41398.
6. Minakov A. V. et al. Numerical study of the mechanisms of enhanced oil recovery using nanosuspensions // Theor. Comput. Fluid Dyn. 2021. V. 35, N 4. P. 477–493.
7. Yang Y. et al. Pore-scale simulation of remaining oil distribution in 3D porous media affected by wettability and capillarity based on volume of fluid method // Inter. J. Multiph. Flow. 2021. V. 143. P. 103746.
8. Singh M. Dynamic modeling of drainage through three-dimensional porous materials // Chem. Eng. Sci. 2003. V. 58, N 1. P. 1–18.
9. Regaieg M. et al. Finger thickening during extra-heavy oil waterflooding: simulation and interpretation using pore-scale modelling // PLoS One / ed. Coles J.A. 2017. V. 12, N 1. P. e0169727.
10. Aghaei A., Piri M. Direct pore-to-core up-scaling of displacement processes: Dynamic pore network modeling and experimentation // J. Hydrol. 2015. V. 522. P. 488–509.
11. Gang S. G., Ryou J. E., Jung J. Increase in injection efficiency using surfactant for the geological carbon sequestration // Smart Geotechnics for Smart Societies. CRC Press, 2023. P. 2191–2196.
12. Salmo I.C. et al. Use of dynamic pore network modeling to improve our understanding of experimental observations in viscous oil displacement by polymers // Day 2 Tue, September 01, 2020. SPE, 2020.
13. Li J., McDougall S.R., Sorbie K.S Fragmentation // Rev. Fluid Mech. 2007. V. 39.
14. Filimonov S.A. et al. Development and testing of a mathematical model for dynamic network simulation of the oil displacement process // Fluids. 2022. V. 7, N 9. P. 311.

15. Филимонов С.А. и др. Моделирование сопряжённого теплообмена в системе микроканалов при помощи гибридного алгоритма // Сиб. журн. индустр. математики. 2015. Т. 18 № 3. С. 86–97.
16. Patankar S. Numerical heat transfer and fluid flow // Series in computational methods in mechanics and thermal sciences. 1980.
17. Pryazhnikov M. et al. Microfluidic study of enhanced oil recovery during flooding with polyacrylamide polymer solutions // Micromachines. 2023. V. 14, N 6. P. 1137.
18. Minakov A.V., Rudyak V.Y., Pryazhnikov M.I. Systematic experimental study of the viscosity of nanofluids // Heat Transf. Eng. 2021. V. 42, N 12. P. 1024–1040.
19. Minakov, et al. An experimental study of the effect of the addition of silicon oxide nanoparticles on the wettability characteristics of rocks with respect to oil // Tech. Phys. Letters. 2020. V. 46, N 12. P. 1238–1240.
20. Pryazhnikov M.I. et al. Spontaneous imbibition experiments for enhanced oil recovery with silica nanosols // Capillarity. 2024. V. 10, N 3. P. 73–86.

UDC 532.5

**DEVELOPMENT OF A PORE-NETWORK APPROACH  
FOR MODELING THE TRANSFER OF MODIFYING ADDITIVES  
IN THE OIL DISPLACEMENT PROCESS**

© 2025 S. A. Filimonov<sup>1,2a</sup>, A. V. Minakov<sup>1,2b</sup>

<sup>1</sup>*Siberian Federal University,*

*Prosp. Svobodny, 79, Krasnoyarsk 660041, Russia,*

<sup>2</sup>*Kutateladze Institute of Thermophysics, SB RAS,*

*Prosp. Akad. Lavrentieva, 1, Novosibirsk 630090, Russia*

E-mails: <sup>a</sup>sfilimonov@sfu-kras.ru, <sup>b</sup>aminakov@sfu-kras.ru

Received 10.06.2024, revised 10.07.2025, accepted 17.09.2025

**Abstract.** The paper presents the results of the development of an original mathematical model and a software module for pore-network modeling of the transfer of modifying additives (solutions of surfactants and nanoparticles) in the process of secondary flooding of oil-bearing formations. Within the framework of the two-phase pore-network approach, modeling of the convective-diffusion mechanism of the transport of the modifying additive within the water phase is implemented, taking into account the influence of the local concentration of the additive on viscosity, interfacial tension and the wetting edge angle. By applying the original approach of adding fictitious nodes to branches, it was possible to significantly reduce the effect of numerical diffusion, which is characteristic of convective diffusion transport models in network problems. As a result of testing on solving a one-dimensional convective-diffusion problem with an analytical solution, the satisfactory resolution of the proposed computational algorithm is shown.

**Keywords:** pore-network model, transfer and diffusion of a modifying additive, surfactants, reservoir flooding, testing.

DOI: 10.33048/SIBJIM.2025.28.307

REFERENCES

1. Cancela B.R. et al. Rheological study of polymeric fluids based on HPAM and fillers for application in EOR. *Fuel*, 2022, Vol. 330, pp. 125647.
2. Vik B. et al. Viscous oil recovery by polymer injection; impact of in-situ polymer rheology on water front stabilization. *SPE Europec Featured at EAGE Conference and Exhibition*, SPE, 2018.
3. Sepehri M. et al. Experimental study and numerical modeling for enhancing oil recovery from carbonate reservoirs by nanoparticle flooding. *Oil Gas Sci. Technol. – Rev. d'IFP Energies Nouv*, 2019, Vol. 74, pp. 5.
4. Wei B. et al. Pore scale simulation of surfactant flooding by lattice boltzmann method. Day 3 Wed, December 12, 2018, *SPE*, 2018.
5. Zhao J., Wen D. Pore-scale simulation of wettability and interfacial tension effects on flooding process for enhanced oil recovery. *RSC Adv.*, 2017, Vol. 7, No. 66, pp. 41391–41398.
6. Minakov A. V. et al. Numerical study of the mechanisms of enhanced oil recovery using nanosuspensions. *Theor. Comput. Fluid Dyn.*, 2021, Vol. 35, No. 4, pp. 477–493.

7. Yang Y. et al. Pore-scale simulation of remaining oil distribution in 3D porous media affected by wettability and capillarity based on volume of fluid method. *Inter. J. Multiph. Flow*, 2021, Vol. 143, pp. 103746.
8. Singh M. Dynamic modeling of drainage through three-dimensional porous materials // *Chem. Eng. Sci.* 2003. Vol. 58, No. 1, pp. 1–18.
9. Regaieg M. et al. Finger thickening during extra-heavy oil waterflooding: simulation and interpretation using pore-scale modelling. *PLoS One*, 2017, V. 12, No. 1, pp. e0169727.
10. Aghaei A., Piri M. Direct pore-to-core up-scaling of displacement processes: Dynamic pore network modeling and experimentation. *J. Hydrol.*, 2015, Vol. 522, pp. 488–509.
11. Gang S. G., Ryou J. E., Jung J. Increase in injection efficiency using surfactant for the geological carbon sequestration. *Smart Geotechnics for Smart Societies*, CRC Press, 2023, pp. 2191–2196.
12. Salmo I.C. et al. Use of dynamic pore network modeling to improve our understanding of experimental observations in viscous oil displacement by polymers. Day 2 Tue, September 01, 2020, *SPE*, 2020.
13. Li J., McDougall S.R., Sorbie K.S Fragmentation. *Rev. Fluid Mech.*, 2007, Vol. 39.
14. Filimonov S.A. et al. Development and testing of a mathematical model for dynamic network simulation of the oil displacement process. *Fluids*, 2022, Vol. 7, No. 9, pp. 311.
15. Filimonov, S.A., and others Modelirovanie soprazhzhonnogo teploobmena v sisteme mikrokanalov pri pomoshhi gibridnogo algoritma [Modeling of coupled heat transfer in a microchannel system using a hybrid algorithm]. *Sib. Zhurn. Indust. Matematiki*, 2015, Vol. 18, No. 3, pp. 86–97 (in Russian).
16. Patankar S. Numerical heat transfer and fluid flow. *Series in Computational Methods in Mechanics and Thermal Sciences*, 1980.
17. Pryazhnikov M. et al. Microfluidic study of enhanced oil recovery during flooding with polyacrylamide polymer solutions. *Micromachines*, 2023, Vol. 14, No. 6, pp. 1137.
18. Minakov A.V., Rudyak V.Y., Pryazhnikov M.I. Systematic experimental study of the viscosity of nanofluids. *Heat Transf. Eng.*, 2021, Vol. 42, No. 12, pp. 1024–1040.
19. Minakov, et al. An experimental study of the effect of the addition of silicon oxide nanoparticles on the wettability characteristics of rocks with respect to oil. *Tech. Phys. Letters*, 2020, Vol. 46, No. 12, pp. 1238–1240.
20. Pryazhnikov M.I. et al. Spontaneous imbibition experiments for enhanced oil recovery with silica nanosols. *Capillarity*, 2024, Vol. 10, No. 3, pp. 73–86.