

УДК 532.5

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИКИ КАВЕРНЫ ПРИ УДАРЕ КАПЛИ ВОДЫ О СЛОЙ МАСЛА

© 2026 А. А. Лукьянов^a, И. С. Вожаков^b, Р. И. Мулладжанов^c

*Институт теплофизики им. С. С. Кутателадзе СО РАН,
просп. Академика Лаврентьева, 1, Новосибирск 630090, Россия*

E-mails: ^aa.lukyanov1@g.nsu.ru, ^bvozhakov@gmail.com, ^cr.mullyadzhyanov@g.nsu.ru

Поступила в редакцию 09.09.2025 г.; после доработки 21.11.2025 г.;
принята к публикации 13.05.2026 г.

Влияние скорости столкновения на динамику каверны при ударе капли воды о слой масла исследовалось с помощью трёхмерного численного моделирования в программном пакете Basilisk. Используя метод объёма жидкости с адаптивным измельчением сетки и учётом сил поверхностного натяжения, были изучены режимы при числах Вебера $We = 23\text{--}360$. Установлено, что с увеличением We происходит переход от капиллярного режима схлопывания каверны, описываемого классической инерционно-капиллярной временной шкалой, к режиму, где доминирующую роль играют гидростатическое давление и силы вязкой диссипации.

Ключевые слова: Удар капли, глубокий бассейн, несмешивающиеся жидкости, Basilisk.

DOI: 10.33048/SIBJIM.2026.29.204

ВВЕДЕНИЕ

Процесс удара капли о поверхность жидкости является фундаментальной проблемой гидродинамики, имеющей важное значение как для фундаментальной науки, так и для многочисленных практических приложений. К ним относятся распыление, нанесение покрытий, абсорбция газа в химических реакторах, а также природные явления, такие как перенос аэрозолей в атмосфере при падении капель дождя в океан [1, 2, 3]. Несмотря на кажущуюся простоту, этот процесс порождает различные физические явления: формирование каверны, образование «короны», выброс вторичных капель и струй, захват воздушного пузырька [4, 5].

Особый интерес представляет случай удара капли воды о слой масла. Несмешиваемость жидкостей, низкое межфазное натяжение на границе вода-масло, а также значительные различия в плотностях и вязкостях приводят к уникальным динамическим режимам, которые отличаются от хорошо изученного случая однородной жидкости [6]. Ключевым параметром, определяющим процесс, является число Вебера (We), которое характеризует отношение сил инерции капли к силам поверхностного натяжения [7]:

$$We = \frac{\rho_w D_d U_d^2}{\sigma_{o-a}}, \quad (1)$$

где ρ_w — плотность воды, D_d — диаметр капли, U_d — скорость соударения, а σ_{o-a} — поверхностное натяжение на границе масло-воздух.

В данной работе представлено численное исследование с использованием пакета с открытым кодом Basilisk [8], известного своими высокоточными методами отслеживания границ раздела и адаптивным измельчением сетки. Целями этого исследования являются количественный анализ влияния скорости соударения (числа Вебера) на глубину полости и время её существования.

1. ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ

Для моделирования нестационарного процесса удара капли использовался решатель Basilisk, основанный на методе объёма жидкости (Volume-of-Fluid, VOF). Метод VOF идеально подходит для задач со сложной деформацией границы раздела, поскольку обеспечивает строгое сохранение массы [9]. Течение несжимаемых жидкостей описывается уравнениями Навье — Стокса и неразрывности:

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0, \quad (2)$$

$$\rho \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} \right) = -\nabla p + \nabla \cdot (\mu (\nabla \mathbf{u} + \nabla \mathbf{u}^T)) + \mathbf{f}_\sigma + \rho \mathbf{g}, \quad (3)$$

где $\mathbf{u}$ — вектор скорости, ρ — плотность, p — давление, μ — динамическая вязкость, $\mathbf{g}$ — ускорение свободного падения. Поверхностное натяжение моделируется как объёмная сила $\mathbf{f}_\sigma$ с использованием метода континуальной поверхностной силы (CSF) [10].

В исследовании рассматриваются низкоскоростные течения, где сжимаемостью воздуха можно пренебречь без существенной потери точности, что является подходом, широко используемым во многих работах для скоростей ниже 30 м/с [7].

Трёхфазная система в Basilisk реализована с использованием двух полей объёмной доли (f_1 для воды и f_2 для масла), при этом доля воздуха рассчитывается как $1 - f_1 - f_2$. Поверхностное натяжение на границах вода-воздух, масло-воздух и вода-масло явным образом учитывается в рамках метода CSF. Система уравнений Навье — Стокса решается во всей расчётной области, при этом плотность и вязкость являются линейными функциями объёмных долей. Метод более подробно описан в работах [11, 12]:

$$\begin{aligned} f_1 + f_2 + f_3 &= 1, \\ \rho &= f_1 \rho_w + f_2 \rho_o + f_3 \rho_a, \\ \mu &= f_1 \mu_w + f_2 \mu_o + f_3 \mu_a. \end{aligned} \quad (4)$$

Движение межфазной границы осуществляется путём решения уравнения переноса для поля объёмной доли каждой жидкости (вода, масло, воздух). Геометрия границы раздела реконструируется на каждом временном шаге с использованием алгоритма кусочно-линейной аппроксимации интерфейса (Piecewise Linear Interface Calculation, PLIC), что позволяет точно вычислять кривизну интерфейса и, следовательно, силы поверхностного натяжения.

Ключевым преимуществом Basilisk является адаптивное измельчение сетки (Adaptive Mesh Refinement, AMR). Критерий измельчения сетки основывался на градиенте объёмной доли, что позволяет обеспечить высокое разрешение (до 100 расчётных ячеек на начальный диаметр капли D_d) именно в области интерфейса и в зонах с высокими градиентами скорости, минимизируя при этом общие вычислительные затраты.

Для анализа сходимости сетки были проведены расчёты на трёх сетках с разными минимальными размерами ячеек: 20 мкм, 40 мкм, 80 мкм (см. рис. 1). Результаты показали, что сетка с минимальным размером ячейки 40 мкм хорошо согласуется с глубиной полости, полученной при расчёте с ячейкой 20 мкм. Поэтому в качестве оптимальной расчётной сетки, обеспечивающей баланс между точностью и требуемыми вычислительными ресурсами, была выбрана средняя сетка.

Моделирование проводилось в трёхмерной постановке. Расчётная область представляла собой куб с длиной стороны $10D_d$. На верхней границе было установлено условие постоянного давления, а на нижней границе — условие прилипания. На всех боковых границах расчётной области заданы условия нулевого градиента для всех параметров. Плотности воды $\rho_w = 1000 \text{ кг/м}^3$, масла $\rho_o = 800 \text{ кг/м}^3$ и воздуха $\rho_a = 1.2 \text{ кг/м}^3$, динамические вязкости воды

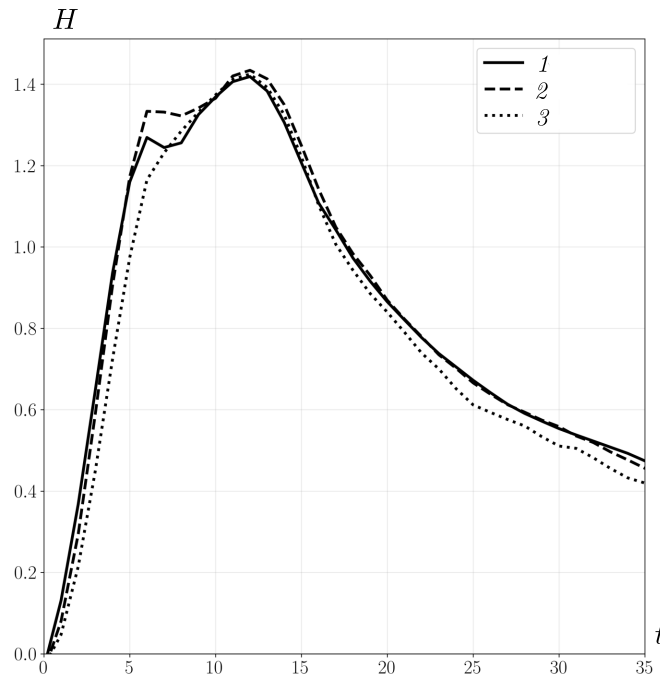


Рис. 1. Зависимость глубины полости H (мм) от времени для сеток с различным размером расчётной ячейки: $\Delta = 20\mu\text{м}$ (кривая 1); $\Delta = 40\mu\text{м}$ (кривая 2); $\Delta = 80\mu\text{м}$ (кривая 3)

$\mu_w = 1 \text{ мПа}\cdot\text{с}$, масла $\mu_o = 20 \text{ мПа}\cdot\text{с}$ и воздуха $\mu_a = 0.018 \text{ мПа}\cdot\text{с}$, а также коэффициенты поверхностного натяжения на границе вода-воздух $\sigma_{w-a} = 72 \text{ мН/м}$ и масло-воздух $\sigma_{o-a} = 22 \text{ мН/м}$ соответствовали реальным физическим параметрам. Коэффициент поверхностного натяжения на границе вода-масло вычисляется по правилу Антонова. В начальный момент времени капля диаметром $D_d = 2 \text{ мм}$ расположена на расстоянии 1 мм от поверхности масла и имеет начальную скорость U_0 в диапазоне от 0.5 до 2 м/с , что соответствует числам Вебера We от 23 до 360 . Глубина слоя масла в расчётах составляла $5D_d = 10 \text{ мм}$.

2. РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

На рис. 2 представлены поперечные сечения трёхмерной расчётной области, иллюстрирующие динамику падения капли воды на слой масла при скоростях 0.5 , 1 и 2 м/с , характеризующихся числами Вебера $We = 23$, 90 и 360 . Временные срезы показывают, как форма капли и образующаяся полость эволюционируют с момента начального контакта. При наименьшей скорости ($We = 23$) формируется очень маленькая и быстро исчезающая полость (см. рис. 3), а сама капля оседает на поверхности. При скорости 1 м/с ($We = 90$) удар капли приводит к образованию отчётливой полости, глубина и ширина которой сравнимы с диаметром капли. В этом случае капля действует подобно поршню, полностью погружаясь в слой к 20 мс и активно расширяя полость. При максимальной скорости ($We = 360$) формируется глубокая сферическая полость. Однако, вопреки интуитивному ожиданию, время полного погружения капли увеличивается: к 20 мс капля всё ещё видна в верхней части полости, сохраняя контакт с атмосферой. Это указывает на переход к инерционному режиму, при котором полость формируется за счёт быстрого радиального смещения жидкости, а не простого следования за телом капли, что приводит к её более медленному погружению. Таким образом, визуализация наглядно демонстрирует качественное изменение механизма взаимодействия от медленного погружения до удара с нелинейными эффектами.

Когда при ударе капли о поверхность масла образуется небольшая полость, её колебания следуют капиллярно-инерционному временному масштабу, определяемому балан-

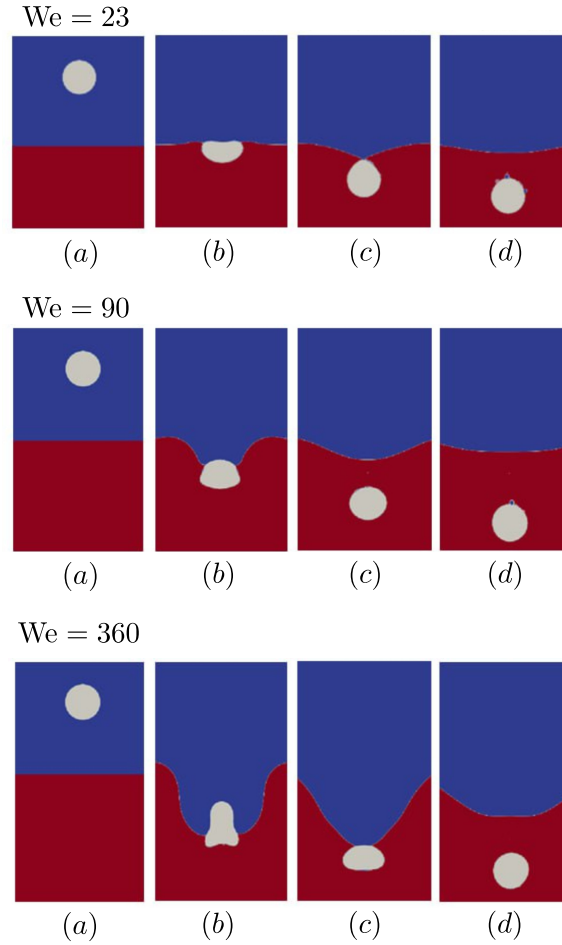


Рис. 2. Эволюция полости для различных чисел Вебера в моменты времени: (a) $t = 0$ мс; (b) $t = 10$ мс; (c) $t = 20$ мс; (d) $t = 30$ мс

сом сил поверхностного натяжения, которые стремятся минимизировать площадь поверхности, и инерции жидкости. Характерное время этих колебаний оценивается по формуле $\tau_{\text{in}} \sim \sqrt{\rho_o R_c^3 / \sigma_{\text{o-a}}}$ [13]. Если оценить размер полости как $R_c = D_d$, то время τ_{in} составляет приблизительно 20 мс, что согласуется с результатами численного моделирования для скорости удара 0.5 м/с. Таким образом, характерное время вязкого затухания капиллярных колебаний $\tau_{\text{visc}} \sim \mu_o R_c / \sigma_{\text{o-a}}$ на порядок меньше ($\tau_{\text{visc}} \approx 2$ мс), чем капиллярно-инерционный временной масштаб τ_{in} . Это означает, что вязкие силы в масле не оказывают существенного влияния на схлопывание полости. Вместо этого время её существования в первую очередь определяется балансом инерционных и капиллярных сил.

Для смешивающихся жидкостей предположение о полусферической форме полости является широко используемой гипотезой, подтверждённой как экспериментальными наблюдениями [14], так и теоретическим анализом [2]. Например, в исследовании [15] предположение о полусферичности полости используется при энергетическом анализе процесса:

$$8 \left(\frac{H_m}{D_d} \right)^4 + 4 \left(\frac{H_m}{l_c} \right)^2 = \left(\frac{D_d}{l_c} \right)^2 \left(\frac{We}{12} + 1 \right), \quad (5)$$

где l_c — капиллярная длина. В результате получается соотношение для максимальной глубины

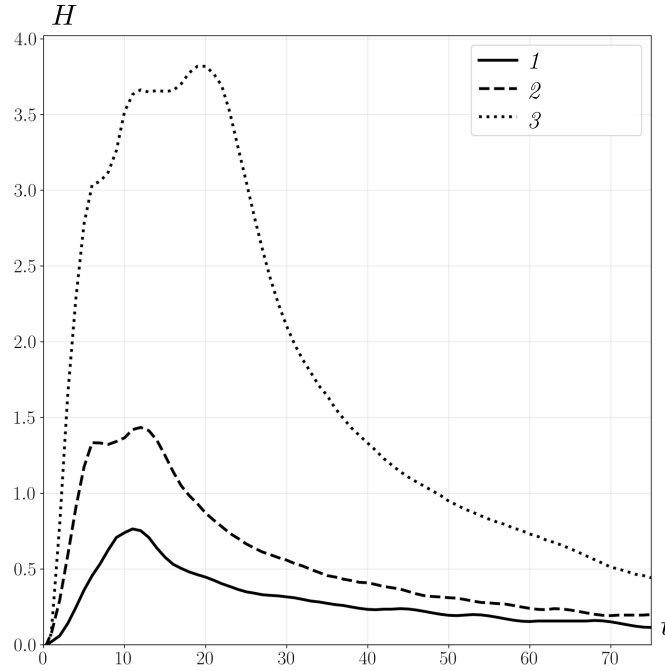


Рис. 3. Зависимость глубины полости H (мм) от времени для различных скоростей падения: $U_d = 0.5$ м/с (кривая 1); $U_d = 1$ м/с (кривая 2); $U_d = 2$ м/с (кривая 3)

полости в безразмерном виде:

$$H_m = l_c \left[\sqrt{1 + 2 \left(\frac{D_d}{l_c} \right)^2 \left(\frac{We}{12} + 1 \right)} - 1 \right]^{1/2}. \quad (6)$$

При сравнении с результатами численного моделирования аналитическая модель (5) для смешивающихся жидкостей переоценивает максимальную глубину полости при низких числах We (23–90). Это связано с тем, что она не учитывает сильное влияние границы раздела несмешивающихся жидкостей на диссипацию энергии и форму полости (см. рис. 4).

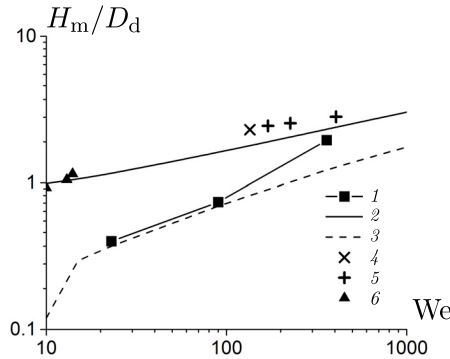


Рис. 4. Зависимость безразмерной максимальной глубины H_m/D_d от числа Вебера We :
1 — моделирование; 2 — аналитическая модель [15]; 3 — аналитическая модель [17];
4 — эксперимент [15]; 5 — эксперимент [14]; 6 — эксперимент [18]

При числе Вебера $We = 360$ этот эффект уменьшается, и результаты сходятся, поскольку инерция начинает доминировать над силами поверхностного натяжения [16]. Расчёт глубины полости с использованием модели из [17] для несмешивающихся жидкостей даёт меньшую

глубину полости во всём исследуемом диапазоне чисел Вебера, что согласуется с результатами численного моделирования.

Помимо числа Вебера, другим ключевым параметром, определяющим динамику процесса, является число Онезорге $Oh = \mu / \sqrt{\sigma_{w-o} \rho D_d}$, которое характеризует баланс между вязкими и капиллярными силами. В нашем случае для системы вода-масло-воздух оценка числа Онезорге по свойствам масла даёт значение $Oh \approx 0.1$. Это указывает на значительное влияние как вязких, так и капиллярных сил, что согласуется с наблюдаемой сильной диссипацией энергии и отсутствием вторичного разбрызгивания [15]. Число Фруда $Fr = U_d^2 / (g D_d)$, которое оценивает отношение инерционных сил к гравитационным, находится в диапазоне от $Fr = 13$ до 210 для исследуемых скоростей удара $U_d = 0.5\text{--}2\text{ м/с}$, подтверждая доминирование инерционных сил над гравитационными. Однако вязкость масла достаточна для быстрого затухания инерционных движений и эффективного подавления капиллярных неустойчивостей, которые в системах с меньшей вязкостью могли бы приводить к образованию вторичных капель и разбрызгиванию.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данном исследовании с помощью трёхмерного численного моделирования в пакете Basilisk, основанном на методе объёма жидкости (VOF) с адаптивным измельчением сетки, изучалось воздействие капли воды на слой масла. Было исследовано влияние скорости удара, характеризующейся числом Вебера (We) в диапазоне 23–360, на динамику образования и схлопывания полости. С увеличением We наблюдался переход от режима, определяемого капиллярными силами, к инерционному режиму. При низких скоростях ($We = 23$) образуется неглубокая, быстро схлопывающаяся полость. При $We = 90$ капля действует подобно поршню, создавая отчётливую полость. При высоком $We = 360$ возникают нелинейные эффекты: за счёт радиального смещения жидкости формируется глубокая сферическая полость, однако погружение капли замедляется.

Сравнение с аналитической моделью для смешивающихся жидкостей показало, что она переоценивает глубину полости при низких и средних числах We (23–90). Это расхождение объясняется тем, что модель не учитывает влияние границы раздела вода-масло на диссипацию энергии. Различия уменьшаются при $We = 360$, когда инерционные силы начинают доминировать над капиллярными. Ключевыми безразмерными параметрами являются число Онезорге ($Oh \approx 0.1$), подтверждающее совместное влияние вязких и капиллярных сил, и число Фруда ($Fr = 13\text{--}210$), указывающее на доминирование инерции над гравитацией. Высокая вязкость масла в сочетании с межфазным натяжением подавляет капиллярные неустойчивости, предотвращая тем самым вторичное разбрызгивание. В заключение, динамика полости при ударе о несмешивающуюся жидкость качественно и количественно отличается от случая однородной среды. Режим взаимодействия, определяемый числом Вебера, является ключевым фактором, определяющим эволюцию полости.

ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Исследование выполнено при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект № 22-79-10246-П). Других источников финансирования проведения или руководства данным конкретным исследованием не было.

КОНФЛИКТ ИНТЕРЕСОВ

Авторы данной работы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Rein M. Phenomena of liquid drop impact on solid and liquid surfaces // Fluid Dynamics Research. 1993. V. 12, N 2. P. 61–93; DOI: 10.1016/0169-5983(93)90106-K
2. Prosperetti A., Oguz H.N. The impact of drops on liquid surfaces and the underwater noise of rain // Annual Review of Fluid Mechanics. 1993. V. 25, N 1. P. 577–602; DOI: 10.1146/annurev.fl.25.010193.003045
3. Vozhakov I.S., Misyura S.Y., Morozov V.S., Piskunov M.V., Piskunova A.E., Orlova E.G., Mullyadzhyanov R.I. High-speed droplet impact on solid surfaces: review on the prospects of modeling fluid flow // Experiments in Fluids. 2025. V. 66, N 3. Article number C-65; DOI: 10.1007/s00348-025-03982-w
4. Worthington A.M. A Study of Splashes. London: Longmans, Green, and Company, 1908.
5. Cherdantsev A., Vozhakov I. Fast droplets impacting liquid layer under a small angle: a numerical analysis of experimental observations // Internat. J. Multiphase Flow. 2024. V. 175. Article number 104826; DOI: 10.1016/j.ijmultiphaseflow.2024.104826
6. Ray B., Biswas G., Sharma A. Generation of secondary droplets in coalescence of a drop with a liquid surface // J. Fluid Mechanics. 2015. V. 768. P. 492–523; DOI: 10.1017/jfm.2015.93
7. Yarin A.L. Drop impact dynamics: splashing, spreading, receding, bouncing... // Annual Review of Fluid Mechanics. 2006. V. 38, N 1. P. 159–192; DOI: 10.1146/annurev.fluid.38.050304.092144
8. Popinet S. An accurate adaptive solver for surface-tension-driven interfacial flows // J. Comput. Physics. 2009. V. 228, N 16. P. 5838–5866; DOI: 10.1016/j.jcp.2009.04.042
9. Scardovelli R., Zaleski S. Direct numerical simulation of free-surface and interfacial flow // Annual Review of Fluid Mechanics. 1999. V. 31, N 1. P. 567–603; DOI: 10.1146/annurev.fluid.31.1.567
10. Brackbill J. U., Kothe D. B., Zemach C. A continuum method for modeling surface tension // J. Comput. Physics. 1992. V. 100, N 2. P. 335–354; DOI: 10.1016/0021-9991(92)90240-Y
11. Vozhakov I., Hrebtov M., Yavorsky N., Mullyadzhyanov R. Two-component swirling jet atomization with static vortex generators // Physics of Fluids. 2025. V. 37, N 7; DOI: 10.1063/5.0251986
12. Apostol Y.S., Vozhakov I.S., Hrebtov M.Y., Mullyadzhyanov R. I. Direct numerical simulation of two-component swirling jet atomization // Eurasian J. Math. Comput. Appl. 2024. V. 12, N 4. P. 4–11; DOI: 10.32523/2306-6172-2024-12-4-4-11
13. Rayleigh L. On the capillary phenomena of jets // Proceedings of the Royal Society of London. 1879. V. 29. P. 71–97; DOI: 10.1098/rspl.1879.0015
14. Bisighini A., Cossali G.E., Caserta C.M., Guido S. Crater evolution after the impact of a drop onto a semi-infinite liquid target // Physical Review E. 2010. V. 82, N 3. Article number 036319; DOI: 10.1103/PhysRevE.82.036319
15. Fedorchenko A.I., Wang A.B. On some common features of drop impact on liquid surfaces // Physics of Fluids. 2004. V. 16, N 5. P. 1349–1365; DOI: 10.1063/1.1652061
16. Mohasan M., Lv P., Duan H. Cavity dynamics of water drop impact onto immiscible oil pool with different viscosity // Acta Mechanica Sinica. 2021. V. 37, N 3. P. 447–455; DOI: 10.1007/s10409-021-01070-4
17. Liu S., Wang G., Liu L., Wang S. Energy conversion and cavity depth model in droplet impact on an immiscible deep pool: A generalized analysis approach // Physical Review Fluids. 2026. V. 11, N 1. Article number 014004; DOI: 10.1103/PhysRevFluids.11.014004
18. Tang X., Saha A., Law C. K., Sun C. Nonmonotonic response of drop impacting on liquid film: mechanism and scaling // Soft Matter. 2016. V. 12, N 20. P. 4521–4529; DOI: 10.1039/C6SM00251J

UDC 532.5

NUMERICAL STUDY OF CAVITY DYNAMICS FROM A WATER DROPLET IMPACTING AN OIL LAYER

© 2026 A. A. Lukyanov^a, I. S. Vozhakov^b, R. I. Mullyadzhhanov^c

*Kutateladze Institute of Thermophysics SB RAS,
Acad. Lavrentyev prosp., 1, Novosibirsk 630090, Russia*

E-mails: ^aa.lukyanov1@g.nsu.ru, ^bvozhakov@gmail.com, ^cr.mullyadzhhanov@g.nsu.ru

Received 09.09.2025, revised 21.11.2025, accepted 13.05.2026

Abstract. The effect of collision velocity on cavity dynamics during the impact of a water droplet on an oil layer was investigated using three-dimensional numerical simulations in the Basilisk software package. Using the volume-of-fluid method with adaptive mesh refinement and taking surface tension forces into account, regimes were studied for Weber numbers $We = 23\text{--}360$. It was found that with increasing We , a transition occurs from the capillary collapse regime of the cavity, described by the classical inertial-capillary time scale, to a regime where hydrostatic pressure and viscous dissipation forces play a dominant role.

Keywords: droplet impact, deep pool, immiscible liquids, Basilisk.

DOI: 10.33048/SIBJIM.2026.29.204

REFERENCES

1. Rein M. Phenomena of liquid drop impact on solid and liquid surfaces. *Fluid Dynamics Research*, 1993, Vol. 12, No. 2, pp. 61–93; DOI: 10.1016/0169-5983(93)90106-K
2. Prosperetti A., Oguz H.N. The impact of drops on liquid surfaces and the underwater noise of rain. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 1993, Vol. 25, No. 1, pp. 577–602; DOI: 10.1146/annurev.fl.25.010193.003045
3. Vozhakov I.S., Misyura S.Y., Morozov V.S., Piskunov M.V., Piskunova A.E., Orlova E.G., Mullyadzhhanov R.I. High-speed droplet impact on solid surfaces: review on the prospects of modeling fluid flow. *Experiments in Fluids*, 2025, Vol. 66, No. 3, Article number C-65; DOI: 10.1007/s00348-025-03982-w
4. Worthington A.M. A Study of Splashes. London: Longmans, Green, and Company, 1908.
5. Cherdantsev A., Vozhakov I. Fast droplets impacting liquid layer under a small angle: a numerical analysis of experimental observations. *Internat. J. Multiphase Flow*, 2024, Vol. 175, Article number 104826; DOI: 10.1016/j.ijmultiphaseflow.2024.104826
6. Ray B., Biswas G., Sharma A. Generation of secondary droplets in coalescence of a drop with a liquid surface. *J. Fluid Mechanics*, 2015, Vol. 768, pp. 492–523; DOI: 10.1017/jfm.2015.93
7. Yarin A.L. Drop impact dynamics: splashing, spreading, receding, bouncing. . . . *Annual Review of Fluid Mechanics*, 2006, Vol. 38, No. 1, pp. 159–192; DOI: 10.1146/annurev.fluid.38.050304.092144
8. Popinet S. An accurate adaptive solver for surface-tension-driven interfacial flows. *J. Comput. Physics*, 2009, Vol. 228, No. 16, pp. 5838–5866; DOI: 10.1016/j.jcp.2009.04.042
9. Scardovelli R., Zaleski S. Direct numerical simulation of free-surface and interfacial flow. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 1999, Vol. 31, No. 1, pp. 567–603; DOI: 10.1146/annurev.fluid.31.1.567

10. Brackbill J. U., Kothe D. B., Zemach C. A continuum method for modeling surface tension. *J. Comput. Physics*, 1992, Vol. 100, No. 2, pp. 335–354; DOI: 10.1016/0021-9991(92)90240-Y
11. Vozhakov I., Hrebtov M., Yavorsky N., Mullyadzhhanov R. Two-component swirling jet atomization with static vortex generators. *Physics of Fluids*, 2025, Vol. 37, No. 7; DOI: 10.1063/5.0251986
12. Apostol Y.S., Vozhakov I.S., Hrebtov M.Y., Mullyadzhhanov R. I. Direct numerical simulation of two-component swirling jet atomization. *Eurasian J. Math. Comput. Appl.*, 2024, Vol. 12, No. 4, pp. 4–11; DOI: 10.32523/2306-6172-2024-12-4-4-11
13. Rayleigh L. On the capillary phenomena of jets. *Proceedings of the Royal Society of London*, 1879, Vol. 29, pp. 71–97; DOI: 10.1098/rspl.1879.0015
14. Bisighini A., Cossali G.E., Caserta C.M., Guido S. Crater evolution after the impact of a drop onto a semi-infinite liquid target. *Physical Review E*, 2010, Vol. 82, No. 3, Article number 036319; DOI: 10.1103/PhysRevE.82.036319
15. Fedorchenko A.I., Wang A.B. On some common features of drop impact on liquid surfaces. *Physics of Fluids*, 2004, Vol. 16, No. 5, pp. 1349–1365; DOI: 10.1063/1.1652061
16. Mohasan M., Lv P., Duan H. Cavity dynamics of water drop impact onto immiscible oil pool with different viscosity. *Acta Mechanica Sinica*, 2021, Vol. 37, No. 3, pp. 447–455; DOI: 10.1007/s10409-021-01070-4
17. Liu S., Wang G., Liu L., Wang S. Energy conversion and cavity depth model in droplet impact on an immiscible deep pool: A generalized analysis approach. *Physical Review Fluids* 2026, Vol. 11, No. 1, Article number 014004; DOI: 10.1103/PhysRevFluids.11.014004
18. Tang X., Saha A., Law C. K., Sun C. Nonmonotonic response of drop impacting on liquid film: mechanism and scaling. *Soft Matter*, 2016, Vol. 12, No. 20, pp. 4521–4529; DOI: 10.1039/C6SM00251J